



TITLE:

オープンサイクルMHD発電機の過渡特性に関する基礎的研究(Dissertation\_全文)

AUTHOR(S):

早ノ瀬, 信彦

---

CITATION:

早ノ瀬, 信彦. オープンサイクルMHD発電機の過渡特性に関する基礎的研究. 京都大学, 1989, 工学博士

ISSUE DATE:

1989-07-24

URL:

<https://doi.org/10.14989/doctor.r6944>

RIGHT:

# オープンサイクルMHD発電機の 過渡特性に関する基礎的研究

1989年1月

・  
早ノ瀬 信彦

# オープンサイクルMHD発電機の 過渡特性に関する基礎的研究

1989年1月

早ノ瀬 信彦

DOC
1989
9
電気系

# オープンサイクルMHD発電機の 過渡特性に関する基礎的研究

## 目 次

第1章 序論	1
1. 1 オープンサイクルMHD発電機の研究動向と問題点	1
1. 2 本研究の目的と意義	3
1. 3 本研究の内容梗概	4
第2章 ダイアゴナル形MHD発電機の過渡解析法	7
2. 1 緒言	7
2. 2 非定常準1次元基礎方程式	8
2. 3 電磁流体方程式の保存形変数による表示	10
2. 4 電氣的諸量、粘性損失および熱損失の計算法	12
2. 4. 1 電氣的諸量	12
2. 4. 2 粘性損失と熱損失	15
2. 5 基礎方程式の数値解析法	16
2. 5. 1 基礎方程式の差分近似	16
2. 5. 2 初期条件と境界条件	18
2. 5. 3 数値計算過程	20
2. 6 結言	22
第3章 ダイアゴナル形発電機の過渡特性	23
3. 1 緒言	23
3. 2 数値条件	23
3. 3 理想発電機の過渡流速特性	25
3. 3. 1 伝搬特性	25
3. 3. 2 過渡流速に及ぼすダイアゴナル角 および印加磁束密度の影響	30
3. 4 損失項などを考慮した場合のダイアゴナル形発電機の過渡特性	33
3. 4. 1 過渡流速に及ぼす損失項などの影響	33



3. 4. 2	チャネル内諸量の初期分布	33
3. 4. 3	発電機の過渡特性	34
3. 4. 4	多負荷ダイアゴナル形発電機の過渡特性	40
3. 5	ダイアゴナル形とファラデー形発電機の過渡特性の比較	42
3. 6	結言	43
第4章	外向き流ディスク形MHD発電機の過渡解析法	47
4. 1	緒言	47
4. 2	非定常準1次元基礎方程式	48
4. 3	電磁流体方程式の保存形変数による表示	50
4. 4	電氣的諸量の計算法	51
4. 5	基礎方程式の数値解析法	53
4. 5. 1	基礎方程式の差分近似	53
4. 5. 2	初期条件と境界条件	54
4. 5. 3	数値計算過程	55
4. 6	結言	57
第5章	外向き流ディスク形MHD発電機の過渡特性	59
5. 1	緒言	59
5. 2	数値条件	59
5. 3	発電機の過渡特性	61
5. 3. 1	亜音速流発電機	61
5. 3. 2	超音速流発電機	69
5. 4	ファラデー形およびダイアゴナル形発電機との比較	72
5. 5	結言	72
第6章	他励式インバータ負荷時のMHD発電機の動作特性	74
6. 1	緒言	74
6. 2	インバータ負荷時の発電機出力電流の計算式	75
6. 2. 1	計算式導出に対する仮定	75
6. 2. 2	インバータの定常運転時の計算式	77
6. 2. 3	インバータ故障時の計算式	78
6. 2. 4	数値計算過程	81
6. 3	数値条件	83

6. 4	ダイアゴナル形発電機の動作特性	84
6. 4. 1	定常時	84
6. 4. 2	直流側短絡時	85
6. 4. 3	転流失敗時	85
6. 4. 4	故障時の過渡特性に対する直流リアクトルの効果	91
6. 5	外向き流ディスク形発電機の動作特性	91
6. 5. 1	定常時	91
6. 5. 2	直流側短絡時	94
6. 5. 3	転流失敗時	97
6. 5. 4	故障時の過渡特性に対する直流リアクトルの効果	97
6. 7	ダイアゴナル形とディスク形の特性の比較	99
6. 8	結言	99
第7章 他励式インバータによるダイアゴナル形MHD発電機と		
	交流電力系統接続時の相互作用	101
7. 1	緒言	101
7. 2	電力回路網の解析法	102
7. 2. 1	電力回路網の構成	102
7. 2. 2	電力回路網の解析法	106
7. 3	数値計算過程	111
7. 4	数値条件	113
7. 5	定常特性	115
7. 6	故障時の過渡特性	122
7. 6. 1	インバータの転流失敗時	122
7. 6. 2	送電線路の1線地絡時	125
7. 6. 3	送電線路の2線短絡時	125
7. 6. 4	送電線路の1線断線時	130
7. 7	結言	130
第8章 自励式インバータによるダイアゴナル形MHD発電機と		
	交流電力系統接続時の相互作用	132
8. 1	緒言	132
8. 2	解析対象システムと解析法	133

8. 3	数値条件	137
8. 4	定常特性	138
8. 5	故障時の過渡特性	143
8. 5. 1	インバータの点弧失敗または消弧失敗時	143
8. 5. 2	送電線路の1線地絡時	148
8. 5. 3	送電線路の2線短絡時	151
8. 5. 4	送電線路の1線断線時	151
8. 6	他励式インバータ使用時と自励式インバータ使用時の比較	155
8. 7	結言	155
	謝辞	157
	参考文献	158
付録 I	有限分割効果および不均一性を考慮したオームの法則	164
付録 II	C L F 条件式	165
付録 III	ファラデー形発電機の電氣的諸量の計算式	166

本論文で用いた主たる記号

$\mathbf{O}$	： 零行列		
$A$	： 発電チャネル断面積；	$A_0$	： 入り口断面積
$a$	： 音速		
$B$	： 磁束密度（空間ベクトル）；	$B_z = B$	： $z$ 成分
$\mathbf{C}$	： キャパシタンス行列		
$C_p$	： 定圧比熱；	$C_v$	： 定積比熱
$C_f$	： 摩擦係数		
$C_1, C_2, C_3, C_4$	： 有限分割効果の補正係数		
$E$	： 電界の強さ（空間ベクトル）；	$E_x$	： $x$ 成分；
		$E_y$	： $y$ 成分
		$E_r$	： $r$ 成分；
		$E_\theta$	： $\theta$ 成分
$e$	： 流体の内部エネルギー		
$e_a, e_b, e_c$	： 無限大母線相電圧		
$F$	： 保存形表示基礎方程式における従属変数ベクトル		
$D_H$	： 水力直径		
$F_p$	： 力率		
$f$	： 周波数		
$f_r$	： 境界層での摩擦損失		
$\mathbf{G}$	： コンダクタンス行列		
$G$	： $G$ ファクタ		
$H, H_1, H_2, H_3$	： 保存形表示基礎方程式における従属変数ベクトル		
$h$	： エンタルピー		
$I$	： MHD 発電機の実出力電流		
$I_0$	： 故障発生直前の出力電流		
$I_s$	： 短絡電流		
$i$	： 枝電流列ベクトル		
$i_a, i_b, i_c$	： 送電線電流		
$i_d$	： インバータの直流側電流		
$J$	： 電流密度（空間ベクトル）；	$J_x$	： $x$ 成分；
		$J_y$	： $y$ 成分
		$J_r$	： $r$ 成分；
		$J_\theta$	： $\theta$ 方向

$j$	: $x$ 方向の格子点番号	
$K$	: 変圧比を表す行列	
$K$	: 局所負荷率	
$K_t$	: 全負荷率	
$k$	: $t$ 方向の格子点番号	
$k_s$	: 等価表面粗さ	
$\mathbb{L}$	: リアクタンス行列	
$L$	: リアクタンス	
$M$	: マッハ数;	$M_0$ : 入口マッハ数
$m$	: 作動流体の運動量の $x$ 成分	
$m_r$	: 運動量の $r$ 成分;	$m_\theta$ : 運動量の $\theta$ 成分
$m_0$	: 入口質量流量	
$P_r$	: プラントル数	
$P_w$	: MHD 発電機出力	
$p$	: 作動流体の圧力;	$p_0$ : 入口圧力
$q_h$	: 境界層での熱伝達損失	
$R$	: 抵抗行列	
$R$	: 気体定数	
$R_i$	: MHD 発電機の内部抵抗	
$R_L$	: MHD 発電機の負荷抵抗	
$r$	: $r$ 方向座標	
$r_0$	: 発電チャネル入り口半径;	$r_1$ : 出口半径; $r_N$ : ノズル長
$S$	: 既知電圧ベクトル	
$S_H$	: 電極分割比;	$S_c$ : 電極比
$s$	: スワール比	
$T$	: 作動流体の温度;	$T_0$ : 入口主流温度
$T_i$	: シード物質の電離温度	
$T_b$	: 境界層温度;	$T_s$ : 主流のよどみ点温度; $T_w$ : 壁面温度
$t$	: 時間	
$t_{max}$	: 計算打ち切り時間	
$U$	: 単位行列	

$u$  : 作動流体流速 (方向ベクトル);  $u_x = u$  :  $x$  成分  
 $u_r$  :  $r$  成分;  $u_\theta$  :  $\theta$  成分  
 $u_0$  : 入口主流速度;  $u_b$  : 境界層での速度  
 $u_v$  :  $u$  の波高値の伝搬速度  
 $\nabla$  : 保存形表示基礎方程式における独立変数ベクトル  
 $\sim$   
 $\tilde{\nabla}$  : MacCormack 法における予測ステップでの  $\nabla$   
 $\nabla_0$  :  $\nabla$  の初期分布  
 $v$  : 枝電圧ベクトル  
 $V$  : MHD 発電機の実出力電圧  
 $V_0$  : MHD 発電機の誘導起電力  
 $V_s$  : 交流線間電圧実効値  
 $W$  : タイセット行列の主要部  
 $x$  :  $x$  方向座標  
 $x_L = x_0 + x_N + x_D$ ;  $x_0$  : 発電チャネル長;  $x_N$  : ノズル長;  
 $x_D$  : ディフューザー長  
 $Y$  : 電流方程式のアドミタンス行列  
 $y$  :  $y$  方向座標  
 $Z$  : 電圧方程式のインピーダンス行列  
 $z$  :  $z$  方向座標  
 $z_h$  : ノズル入口高  
 $\Delta t$  :  $t$  方向の差分格子間隔  
 $\Delta x$  :  $x$  方向の差分格子間隔  
 $\Delta r$  :  $r$  方向の差分格子間隔  
 $\alpha$  : ダイアゴナル係数  
 $\beta$  : ホールパラメータ  
 $\gamma$  : 比熱比  
 $\delta$  : 境界層厚  
 $\varepsilon$  : 全エネルギー密度  
 $\zeta = \tan^{-1}(\omega L/R_i)$   
 $\eta$  : エンタルピー抽出率



$\theta$  :  $\theta$  方向座標  
 $\kappa$  : 直流電流脈動率  
 $\kappa_H$  : 高調波成分含有率  
 $\lambda$  : 他励式インバータの制御角  
 $\mu$  : 粘性係数  
 $\nu$  : 転流余裕角  
 $\xi$  : サイリスタの導通角  
 $\rho$  : 作動流体の質量密度  
 $\sigma$  : 作動流体の導電率  
 $\tau$  : 転流重なり角  
 $\phi$  : ダイアゴナル角  
 $\chi$  : 転流進み角  
 $\psi$  : 自励式インバータの点弧角  
 $\omega$  : 角周波数

## 第1章 序論

### 1. 1 オープンサイクルMHD発電機の研究動向と問題点

石油、石炭、天然ガスなどの化石燃料は有限であるので、新エネルギー源の開発やエネルギー資源の有効な活用をはかることは、世界的にも極めて重要な課題の一つである。特に、1973年の第1次オイルショックによってその問題が大きくクローズアップされ、わが国においても石油に代る新エネルギー源の開発およびエネルギーの高効率、有効利用のための省エネルギー技術の開発が国家プロジェクトとして取り上げられ、鋭意研究開発が進められてきた。その結果、例えば、太陽電池は局所的電気エネルギー源として利用価値が認められ、時計や電卓などのような小規模装置の電源として実用されているが、大電力用としての見通しはついていない。また、夢のエネルギー源として研究が進められている核融合炉が実用化に至るまでには、さらに多くの時間と莫大な研究費が必要であり、ごく近い将来での実用化は無理であると考えられている。

一方、エネルギー消費量の増大に伴う熱汚染および  $\text{NO}_x$ 、 $\text{SO}_x$  などによる大気汚染が地球上の生態系に与える影響は極めて重大な問題である。仮に、低コストでのエネルギーの供給が確立し、エネルギーの最大消費国である米国の一人当たり消費量と同規模でのエネルギー消費が全世界で行われる場合には、熱汚染および大気汚染が増大し、地球上の生態系に与える影響は大きく、生物への危険性があると思われる。

従って、今後のエネルギー源の開発においては、大電力を高効率で発生することによってエネルギー資源を有効利用すること、また電力発生時の廃熱および大気汚染をできるだけ少なくする技術を確立することが極めて重要である。

MHD発電は熱エネルギーから電気エネルギーへ直接変換を行う方式であり、2000乃至3000Kの高温領域で用いられる。このため、MHD発電機を従来の火力発電所のトッパーとして用い、ベースとしての汽力発電と組み合わせることにより、高い変換効率が得られる。すなわち、従来の火力発電における総合熱効率が40%程度であるのに対し、50~60%への大幅な増加が見込まれる。従って、熱効率の上昇によって熱一電気変換時の廃熱を大幅に減少することができる。また、MHD発電機においては所要の導電率を得るために燃焼ガス中にカリウムのようなアルカリ金属をシード物質として加えるため、 $\text{SO}_x$  はアルカリ金属との化合物として必然的に除去されることになる。また、 $\text{NO}_x$  の問題は2段燃焼方式の採用によって解決される。このように、M

H D 発電は大気汚染対策の面においても優れた方式であることが明かであり、今後のエネルギー対策としてその実用化はますます重要である(2)。

M H D 発電機は単体出力を大きくすることができ、また、スケールメリットが大きい利点を有する。しかし、発電特性はその発電機の規模に大きく依存するため、実験段階での小規模な装置では高効率の実証が十分ではなく、また高温技術の困難な点からまだ実用段階に至っていないが、早期実用化に向けて米国、ソ連を中心に活発な研究開発が行われている。

米国においては、熱入力 50MW の実験装置による研究が進行中であり、また発電チャンネル、燃焼器、脱硫装置などの各構成要素の研究開発に多くのグループが取り組んでいる。ソ連においては、天然ガス燃焼の 20MW 級 M H D 発電機の研究開発段階を経て、1990 年ごろの完成を目指して出力 500MW の実用実証プラント U-500 が建設されつつあることが報告されている(1),(2),(3)。

日本における M H D 発電機の研究開発は 1965 年に発足した工業技術院の大型技術研究開発制度のプロジェクトに採り上げられて本格化した。この M H D 発電プロジェクトによる研究成果は M H D 発電技術の進展に大きく寄与したばかりではなく、高温技術、超低温技術などの分野に大きな波及効果をもたらしている。また、幾つかの研究段階を経て 1984 年に行なわれた電総研 ETL Mark VII (電気出力 100KW) により、発電チャンネルの長時間耐久性が実証された(4)。さらに、次期プロジェクトとして、実証機レベルの発電機、すなわち熱入力 100MW、電気出力 10MW 級発電機の建設が望まれている。

このような M H D 発電機の研究開発の各段階において、実験または理論的数値解析によって発電チャンネル内で起こる現象の詳細な解析および実証がなされ、発電機の設計に応用されてきた。しかしながら、従来の数値解析は主に定常時現象を取扱ってきた(1),(2),(3)。

一方、本来直流機である M H D 発電機の出力はインバータを介して外部交流電力系統に供給されるので、発電機と電力系統との間に相互作用が存在し、外部負荷の急変時、インバータや電力系統などの故障時には、諸種の電氣的並びに流体力学的過渡現象が生じる。よって、交流系統へ電力の供給を行う実用発電機の安定運転や保護装置の開発などの面から過渡特性を十分把握しておく必要があり、定常特性の解析に加えて、本論文で取り扱うような過渡解析が極めて重要である。

一方、1974年、Oliver 氏(5)は、ダイアゴナル形発電機について、負荷短絡、シー

ド率変化時における流体力学的諸量の過渡特性を解析すると共に、過渡解析の必要性を指摘した。その後、ファラデー形発電機に対する吉川氏らの解析(6)などが報告されている。しかしながら、それらはいずれも理想発電機の場合を取り扱ったものであり、発電チャンネル壁面の近傍に生じる境界層内における粘性損失と熱損失、プラズマの空間的不均一性、電極の有限分割効果などの過渡特性に及ぼす影響は考慮していない。また、Oliver氏はダイアゴナル形発電機において重要なパラメータであるダイアゴナル角の流体力学的諸量に及ぼす影響、過渡時における電気的特性の変化などについては論じていない。さらにダイアゴナル形発電機においては、発電チャンネル内電流密度は出力電流の大きさに比例せず、後者が零の場合にも存在するので、ファラデー形発電機の場合とはかなり異なった過渡特性を示すであろうことが予想される。

また、ディスク形発電機は、構造上側壁がなく、ファラデー形やダイアゴナル形発電機の直線形チャンネルのように電極分割を必要としないため、電界の強さや電流密度に関して制約が少なく、構造が簡単であるなどの利点を持っている。ディスク形発電機についてはこれまでその定常特性の研究は種々なされているが(35),(36),(44)、ファラデー形やダイアゴナル形におけると同様、過渡特性についてはこれまで報告がなされていないが、ディスク形に対する解析も重要であると考えられる。

さらに、前述したように、本来直流機であるMHD発電機の出力はインバータを介して交流電力系統に供給されるので、インバータや外部電力系統故障時に生じるインバータを介してのMHD発電機と外部電力系統との過渡的相互作用など諸過渡特性の把握が必要である。しかしながら、そのような過渡特性の解析は従来ほとんど行われていない。

## 1. 2 本研究の目的と意義

前節で述べた諸点にかんがみて、本論文では、まず、石油燃焼ガスを作動流体とするオープンサイクルダイアゴナル形およびディスク形発電チャンネル内の電気的諸量および流体力学的諸量の過渡特性を数値解析する手法を提案すると共に、同法を駆使して諸特性を明らかにし、次に、インバータを介して発電機と電力系統を連系した場合の定常特性、インバータや外部電力系統故障時に生じる過渡特性の数値解析法を導き、かつ同法を適用して、諸特性を明らかにすることを目的としている。

なお、本論文で得られた研究成果は、MHD発電機の設計、運転、制御、保護対策の確立などに対し、有効に適用できるものである。

### 1. 3 本研究の内容梗概

本論文は、本章を含めて8章からなる。

第2章では、ダイアゴナル形MHD発電機における諸過渡現象を非定常準1次元電磁流体理論によって数値解析する方法を提案している。まず、ダイアゴナル形MHD発電機の非定常準1次元解析を行うための仮定に基づいて得られた作動流体に関する質量、運動量、エネルギーの3つの保存則、状態方程式、一般化されたオームの法則などの基礎方程式を示している。次に、衝撃波に対しても連続な数値解を得るため、非定常準1次元電磁流体方程式を、質量密度、運動量、エネルギー密度という保存形変数を従属変数とした発展形偏微分方程式に書き改めている。また、電界、電流密度など電氣的諸量に対する電極の有限分割効果、プラズマの不均一性など2次元効果を考慮した場合の計算法、並びに乱流境界層内の粘性損失や熱損失などの取り扱いを示している。また、発展形偏微分方程式の差分近似による解析法、および得られた差分近似式を解く際に必要な初期条件と境界条件の処理法について述べている。さらに、差分近似式による数値計算の手順をフローチャートに示し、計算過程について述べている。

第3章では、前章で導出したダイアゴナル形MHD発電機の過渡特性の解析手法を用いて数値解析を行った結果について述べる。まず、解析対象とした亜音速流ダイアゴナル形発電機について、作動流体として用いたカリウムシードの重油燃焼ガスの圧力、温度、流速、印加磁束密度、チャンネルサイズなどの諸数値条件を示す。次に、理想発電機において負荷を開放および短絡した場合の過渡流速の伝搬特性、過渡流速に及ぼすダイアゴナル角や印加磁束密度の影響などを明らかにする。また、過渡流速に及ぼすプラズマの不均一性、境界層内における損失などの影響、隣接電極間の絶縁破壊、電極消耗などに重大な影響を及ぼすホール電界およびファラデー電流密度の空間的、時間的変化などについて詳細な検討を行う。また、多負荷のダイアゴナル形発電機の過渡流速特性について解析する。さらに、ファラデー形の流速特性を示すと共に、ダイアゴナル形との特性比較を行っている。

第4章では、オープンサイクル外向き流ディスク形発電機における諸過渡現象を非定常準1次元電磁流体理論によって数値解析する方法を提案している。まず、ディスク形MHD発電機の非定常準1次元解析を行なうための仮定に基づいて得られた作動流体に関する質量、運動量、エネルギーの3つの保存則、状態方程式、一般化されたオームの法則などの基礎方程式を示している。次に、衝撃波に対しても連続的な数値

解を得るため、非定常準1次元電磁流体方程式を、質量密度、運動量、エネルギー密度という保存形変数を従属変数とした発展形偏微分方程式に書き改めている。次に、発電機チャンネル内の電界、電流密度など電氣的諸量の計算法を示している。また、発展形偏微分方程式の差分近似による解析法、および得られた差分近似式を解く際に必要な初期条件と境界条件の処理法について述べている。さらに、差分近似式による数値計算の手順をフローチャートで示し、その計算過程について述べている。

第5章では、オープンサイクル外向き流ディスク形MHD発電機の過渡特性を第4章で提案した解析法を用いて詳細に検討している。まず、解析対象とした定速度形亜音速流および定マッハ数形超音速流発電機に関する数値条件を示している。次に、負荷が開放または短絡された場合の亜音速流および超音速流発電機における作動流体の流速、電界、電流密度などの時間的な変化について詳細な比較検討を行っている。また、ディスク形の過渡特性とダイアゴナル形およびフアラデー形のそれとの比較を行っている。

第6章では、他励式3相ブリッジインバータをMHD発電機に接続した場合について、インバータの定常運転時および諸故障時における発電機の動作特性について詳細な解析を行っている。まず、他励式インバータの定常運転時および直流側短絡や転流失敗など故障時におけるインバータの直流側電流、すなわちMHD発電機の実出力電流の計算式を導出している。ここで、発電機の起電力および内部抵抗は負荷状態によって出力電流の大きさにより変化するので、計算式における起電力および内部抵抗を各計算ステップにおいて修正する方法を用いている。また、数値計算過程をフローチャートにより示している。また、解析に用いた発電機の数値条件を示している。次に、ダイアゴナル発電機についてインバータの定常運転時の発電機の実出力電圧、電流、誘導起電力、内部抵抗などや、出力電流に及ぼす直流リアクトルの影響などについて解析している。また、負荷開放および故障時における電氣的並びに流体力学的諸量の過渡変化、直流リアクトルの出力電流の変動抑制効果などについて検討している。さらに、ディスク形発電機にインバータを負荷した場合に対し、ダイアゴナル形で行ったと同様な解析結果について述べている。また、ダイアゴナル形とディスク形発電機の実出力特性について比較を行っている。

第7章では、具体的な電力システムを考え、次期テストプラントとして期待される熱入力100 MW、電気出力10 MW級の超音速流ダイアゴナル形MHD発電機と66kV 1回線送電システムを他励式3相ダブルブリッジインバータを介して連系した場合の定常特性



およびインバータの転流失敗や送電線路の1線地絡、2線短絡、1線断線故障時などにおける過渡特性についての解析結果を述べている。まず、発電機に連結されたインバータを含む電力回路網の構成およびグラフ理論を適用して求めた回路網の電圧、電流に関する状態方程式を示し、かつその差分近似式を導くと共に、それと発電機に対する準1次元基礎方程式を用いる数値計算をフローチャートにより示している。また、計算に用いた発電機の数値条件および電力回路網の回路定数を示している。次に、システムの定常運転時における発電チャンネル内の電氣的諸量や流体的力学的諸量の分布、送電線路の電圧、電流の波形や高調波成分の含有率、電氣的諸量に対するインバータ制御角などの影響を明らかにしている。さらに、インバータの転流失敗、送電線路の故障時における発電チャンネル内の流体的力学的諸量並びに電氣的諸量の過渡分布、送電線路の電圧、電流の時間的变化などについて詳細な解析的検討を行っている。

第8章では、インバータとして自励式3相ダブルブリッジ形を採用した場合について第7章におけると同様な解析を行っている。すなわち、解析対象システムの定常運転時における超音速流発電チャンネル内の流体力学的諸量や電氣的諸量の分布、送電線路の電圧、電流波形、高調波成分、またインバータ制御角などの影響について考察している。さらに、インバータでの点弧失敗または消弧失敗、交流線路の1線地絡、2線短絡、1線断線故障時におけるチャンネル内の流体力学的諸量や電氣的諸量の過渡分布、送電線路の電圧、電流の時間的变化について詳細な検討を行っている。

## 第2章 ダイアゴナル形MHD発電機の過渡解析法

### 2. 1 緒言

本来直流機であるMHD発電機においても負荷変動、故障発生時など外部条件の急変時には注目すべき過渡状態が生じるが、その過渡特性を十分把握しておくことが発電機の設計、運転、制御方法などの検討上是非とも必要になる。この過渡特性に対する解析はまだあまりなされておらず、Oliver 氏(5)のダイアゴナル形発電機、吉川氏ら(6)のファラデー形発電機の解析例をみるに過ぎない。しかも、それらはいずれも理想発電機の場合を取り扱ったものであり、発電チャンネル壁面の近傍に生じる境界層内における粘性損失と熱損失、作動流体プラズマの空間的な不均一性、電極の有限分割効果などの過渡特性に及ぼす影響は考慮していない。また、MHD発電機内では作動流体と電磁界が電磁力と電力によって結合されているため、発電機の基礎方程式としては電磁流体に関する質量、運動量並びにエネルギーの3つの保存則、状態方程式、一般化されたオームの法則などが用いられる。しかしながら、発電機の過渡解析においては、それらの方程式を厳密に扱うことは極めて困難であるので、物理的本質を損なわない程度に近似を行う必要がある。

以上にかんがみて、本章においては、ダイアゴナル形MHD発電機における諸過渡現象を非定常準1次元電磁流体理論によって数値解析する手法を提案している(9),(12),(16),(17),(18),(19)。まず、第2.2節ではダイアゴナル形MHD発電機の非定常準1次元解析を行うための仮定に基づいて得られた作動流体に関する質量、運動量、エネルギーの3つの保存則、状態方程式、一般化されたオームの法則などの基礎方程式を示している。次に、衝撃波に対しても連続な数値解を得るため、第2.3節では、前節で示した非定常準1次元電磁流体方程式を、質量密度、運動量、エネルギー密度という保存形変数を従属変数としたいわゆる発展形偏微分方程式に書き改めている。第2.4節では第2.2節で示した電界、電流密度など電氣的諸量に対する電極の有限分割効果、プラズマの不均一性など2次元効果を考慮した場合の計算法、並びに乱流境界層内の粘性損失や熱損失などの取り扱いを示している。第2.5節では第2.3節で与えられた発展形偏微分方程式の差分近似による解析法、および得られた差分近似式を解く際に必要な初期条件と境界条件の処理法について述べている。さらに、第2.6節では、差分近似式による数値計算の手順をフローチャートに示し、計算過程について述べている。

## 2. 2 非定常準1次元基礎方程式

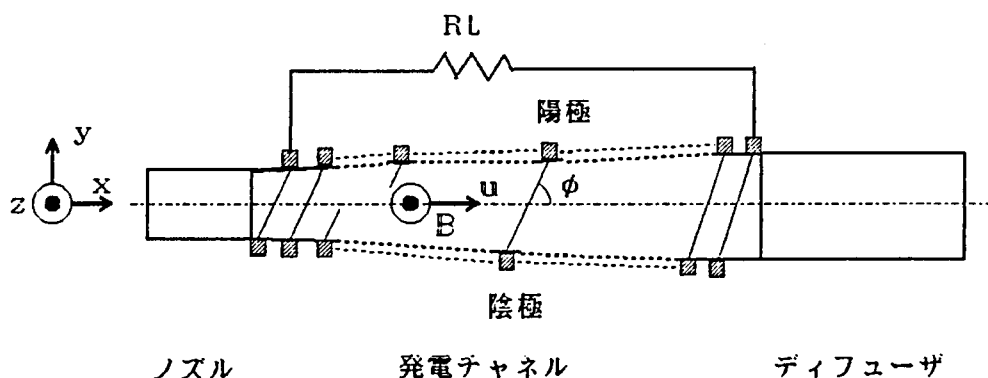
第2. 1 図にダイアゴナル形MHD発電機と直交座標系 ( $x, y, z$ ) を示す。同図において作動流体は上流のノズル部より流入し、発電チャネルを通り、下流のデフューザ部から流出するものとする。 $u$  はその流速である。 $B$  は印加磁束密度であり  $z$  方向に印加される。また、ダイアゴナル形発電機では分割された陽極と陰極間を角度  $\phi$  で短絡する。 $\phi$  は  $x$  方向と電極短絡面とのなす角で、ダイアゴナル角と呼ばれる。なお、出力は発電チャネルの上流端と下流端の電極より取り出され、負荷抵抗  $R_L$  に供給される。

チャネル内の作動流体の過渡的振舞について準1次元解析を行うために、次の諸仮定を設ける。

(1) 作動流体は熱力学的平衡状態にあるものとし、電氣的に中性である。

(2) 発電チャネル内の現象は準1次元的である。すなわち、作動流体は非定常準1次元流で、その流速  $u$  は  $x$  成分  $u$  のみを有し、 $u = (u, 0, 0)$  とする。また  $u$ 、圧力  $p$ 、温度  $T$  などの流体力学的諸量は  $x$  と時間  $t$  のみの関数である。

(3) 電界  $E$  および電流密度  $J$  はそれぞれ  $x, y$  成分  $E_x, E_y; J_x, J_y$  を持ち、 $E = (E_x, E_y, 0)$  および  $J = (J_x, J_y, 0)$  とする。また印加磁束密度  $B = (0, 0, B) = \text{一定}$  とする。また作動流体の磁気レイノルズ数は小さいので誘導磁界を無視し、またイオンスリップも無視する。



第2. 1 図 ダイアゴナル形MHD発電機

(4) 作動流体の導電率およびホールパラメータはスカラー量である。

(5) ダイアゴナル角 $\phi$ は一定とし、またチャンネル入口や出口での端効果および端損失は無視できる。

まず、発電チャンネル内の作動流体を支配する基礎方程式は、上記の諸仮定を適用すると、それぞれ次のような非定常準1次元電磁流体方程式で与えられる。すなわち、

質量密度の連続式

$$\rho \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{1}{A} \frac{\partial}{\partial x} (\rho u A) = 0 \quad (2.1)$$

運動方程式

$$\rho \frac{\partial u}{\partial t} = -\rho u \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial p}{\partial x} + J_y B - f_r \quad (2.2)$$

エネルギー方程式

$$\rho \frac{\partial}{\partial t} \left( h + \frac{u^2}{2} \right) - \frac{\partial p}{\partial t} = -\rho u \frac{\partial}{\partial x} \left( h + \frac{u^2}{2} \right) + E_x J_x + E_y J_y - q_h \quad (2.3)$$

状態方程式

$$p = \rho R T \quad (2.4)$$

ただし、

$A$  : チャンネルの断面積、

$\rho$  : 質量密度、

$f_r$  : 境界層での単位体積当りの摩擦損失; (2.31) 式参照、

$q_h$  : 同上熱伝達損失; (2.32) 式参照、

$h$  : エンタルピー; (3.3) 式参照、

$R$  : 気体定数; (3.4) 式参照

である。

次に、チャンネル内では流体プラズマに磁界が加わると、一般に電流の方向は電界の方向と一致しなくなる。これは、ホール効果やイオンスリップなどが起こるためである。本論文で取り扱うような燃焼ガスを作動流体とするような、ホールパラメータ $\beta$

< 10 の範囲にある電磁流体では、電子分圧の勾配、イオンスリップの項は無視できるため、一般化されたオームの法則は次式により表わされる。

$$x \text{ 成分: } J_x + \beta J_y = \sigma E_x \quad (2.5)$$

$$y \text{ 成分: } -\beta J_x + J_y = \sigma (E_y - u B) \quad (2.6)$$

ただし、

$\sigma$  : 作動流体の導電率; (3.1) 式参照、

$\beta$  : ホールパラメータ; (3.2) 式参照。

また電界と電流密度については次のダイアゴナル条件式が得られる。

$$E_y = \alpha E_x \quad (2.7)$$

$$(J_x + \alpha J_y) A = I, \quad \alpha = -\cot \phi \quad (2.8)$$

ただし、 $I$  は発電機の出力電流、 $\alpha$  はダイアゴナル係数である。

### 2. 3 電磁流体方程式の保存形変数による表示

作動流体のような圧縮性流体の数値計算において従属変数を  $p$ 、 $T$ 、 $u$  とした場合には、衝撃波に対して、数値解に不連続な飛びが生じるが、保存形変数である質量密度  $\rho$ 、運動量  $m = \rho u$ 、全エネルギー密度  $\varepsilon = \rho (e + u^2/2)$  には連続性が保たれることが知られている(22),(23)。ただし、 $e$  は内部エネルギーであり、 $e$  と  $h$  の間には次式の関係がある。

$$e = h - p / \rho = h - R T \quad (2.9)$$

基礎方程式 (2.1) ~ (2.3) を保存形変数  $\rho$ 、 $m$ 、 $\varepsilon$  を従属変数として書き改め、ベクトル  $V$  を用いて行列形式で表わすと、次のようないわゆる発展形偏微分方程式が得られる。

$$\frac{\partial V}{\partial t} = - \frac{\partial F}{\partial x} + H \quad (2.10)$$

ただし、

$$V = \begin{bmatrix} \rho \\ m \\ \varepsilon \end{bmatrix}, \quad F = \begin{bmatrix} m \\ m^2 / \rho + p \\ m (\varepsilon + p) / \rho \end{bmatrix},$$

$$H = H_1 + H_2 - H_3$$

$$H_1 = \frac{1}{A} \frac{\partial A}{\partial x} \begin{bmatrix} m \\ m^2 / \rho \\ m (\varepsilon + p) / \rho \end{bmatrix},$$

$$H_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ J_y B \\ E_x J_x + E_y J_y \end{bmatrix}, \quad H_3 = \begin{bmatrix} 0 \\ f_r \\ q_h \end{bmatrix}$$

(2.11)

発電チャネル内の  $p$ 、 $T$ 、 $u$  は保存形変数である  $\rho$ 、 $m$ 、 $\varepsilon$  から、次式により求められる。

$$p = \rho R T \quad (2.12)$$

$$T = \frac{1}{C_v \rho} \left( \varepsilon - \frac{m^2}{2\rho} \right) \quad (2.13)$$

$$u = m / \rho \quad (2.14)$$

ただし、(2.9) 式により

$$C_v = \frac{\partial e}{\partial T} = \frac{\partial h}{\partial T} - \frac{\partial}{\partial T} (R T) \quad (2.15)$$

ここで、 $C_v$  は定積比熱である。



## 2. 4 電氣的諸量、粘性損失および熱損失の計算法

### 2. 4. 1 電氣的諸量

本節では、ダイアゴナル形MHD発電機内の電氣的諸量の計算法について述べる。  
まず、(2.5)～(2.8)式より、 $E_x$  および  $J_y$  は  $I$  の関数として、それぞれ次式により与えられる。

$$E_x = - \frac{(\beta - \alpha) \sigma u B A - (\beta^2 + 1) I}{\sigma (\alpha^2 + 1) A} \quad (2.16)$$

$$J_y = - \frac{\sigma u B A - (\beta + \alpha) I}{(\alpha^2 + 1) A} \quad (2.17)$$

また  $E_y$ 、 $J_x$  はそれぞれ (2.7)、(2.8) 式から求められる [(2.23)、(2.24) 式参照]。

理想発電チャンネル内の電界および電流密度は (2.7)、(2.8)、(2.16)、(2.17) 式などにより求められる。しかしながら、MHD発電機の電極幅は有限であるため、ホール電界  $E_x$  が電極上で短絡され電極端に電流集中が生じ発電機の特性が低下することが知られている(24),(25),(26)。この電極の有限分割効果は、一般化されたオームの法則に Dzung の等角写像を用いる方法(27) により考慮に入れることができ、ダイアゴナル形発電機に適用すると、(付1)、(付2) 式のように修正される。

また、冷却壁形の発電チャンネルでは、チャンネル壁にいわゆる温度境界層が発生するため、作動流体の主流部とチャンネル壁面間にプラズマの不均一性が生じ、 $\sigma$  や  $\beta$  の特性は  $x$  方向のみならず  $y$  方向においても変化する。このため準1次元解析においては、これらの諸量の  $y$  方向における平均的取り扱いが必要となる。この  $y$  方向におけるプラズマの不均一性を考慮した場合のオームの法則は、RosaのいわゆるGファクタ(28)を用いて(付8)、(付9) 式のように修正される。

そこで有限分割効果と不均一性を同時に考慮した場合、(付1)、(付2)、(付8)、(付9) 式から、 $E_x$ 、 $J_y$  は次のように表わされるものとする。すなわち、

$$E_x = - \{ \langle \sigma \rangle \langle u B \rangle A \{ \langle \beta \rangle - \alpha + S_H (\langle \beta \rangle c_3 - c_1) \} - I (G + \langle \beta \rangle^2) (1 + S_H c_4) \} / (\langle \sigma \rangle A \Gamma) \quad (2.18)$$

$$J_y = - \{ \langle \sigma \rangle \langle u B \rangle A (1 + S_H c_3) \}$$

$$-I \{ \langle \beta \rangle + \alpha - S_H (c_2 - \langle \beta \rangle c_4) \} / (A \Gamma) \quad (2.19)$$

ただし、

$$\begin{aligned} \Gamma = & G + \alpha^2 + S_H [ (\langle \beta \rangle + \alpha) c_1 + (\langle \beta \rangle - \alpha) c_2 \\ & + (1 - \alpha \langle \beta \rangle) c_3 + (1 + \alpha \langle \beta \rangle) c_4 \\ & + S_H \{ \langle \beta \rangle (c_1 c_2 - c_2 c_3) + (c_1 c_2 - c_3 c_4) \} ] \end{aligned} \quad (2.20)$$

$$G = \langle \sigma \rangle \left\langle \frac{1 + \beta^2}{\sigma} \right\rangle - \langle \beta \rangle^2 \quad : \text{不均一性考慮} \quad (2.21)$$

$$G = 1 \quad : \text{不均一性無視} \quad (2.22)$$

ここで、 $\langle \quad \rangle$  は y 方向における平均値、 $S_H$  は電極分割比 ( $S_H = \text{電極ピッチ} / \text{チャネル高さ}$ ) であり、 $S_H = 0$  は無限分割を意味する。また、 $c_1$ 、 $c_2$ 、 $c_3$ 、 $c_4$  は補正係数であり、文献 (27) ではそれぞれ  $u$ 、 $u'$ 、 $v$ 、 $v'$  として (付5) 式のように与えられた電極比  $S_c$  ( $S_c = \text{電極幅} / \text{電極ピッチ}$ ) と  $\beta$  の関数である。

なお、(2.18)、(2.19) 式において、 $S_H = 0$ 、 $G = 1$  とおくと (2.16)、(2.17) に一致し、(2.18)、(2.19) 式は電極の有限分割効果とプラズマの不均一性を考慮した式として扱うことができる。

また、 $E_y$ 、 $J_x$  は (2.18)、(2.19) 式およびダイアゴナル条件式 (2.7)、(2.8) 式より次のようになる。

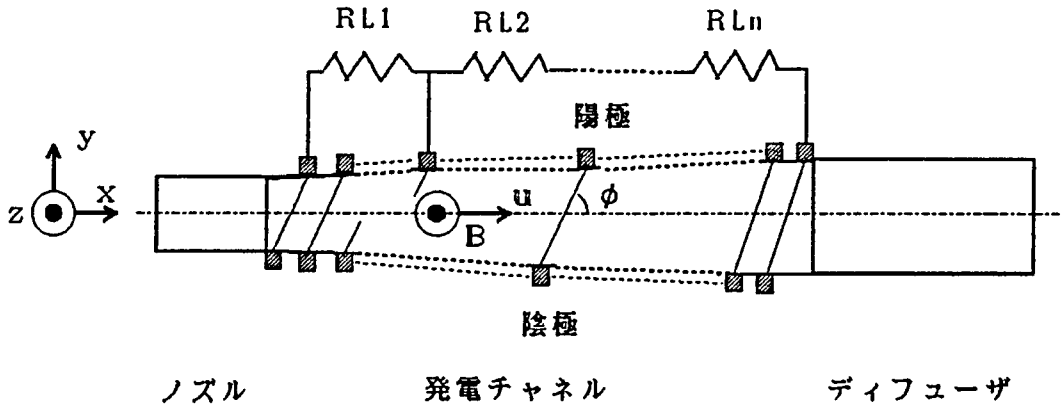
$$\begin{aligned} E_y = & \alpha E_x \\ = & -\alpha [ \langle \sigma \rangle \langle u B \rangle A \{ \langle \beta \rangle - \alpha + S_H (\langle \beta \rangle c_3 - c_1) \} \\ & - I (G + \langle \beta \rangle^2) (1 + S_H c_4) ] / (\langle \sigma \rangle A \Gamma) \end{aligned} \quad (2.23)$$

$$\begin{aligned} J_x = & I / A - \alpha J_y \\ = & I / A + \alpha [ \langle \sigma \rangle \langle u B \rangle A (1 + S_H c_3) \\ & - I \{ \langle \beta \rangle + \alpha - S_H (c_2 - \langle \beta \rangle c_4) \} ] / (A \Gamma) \end{aligned} \quad (2.24)$$

以上によって得られた  $E_x$ 、 $E_y$ 、 $J_x$ 、 $J_y$  を用いると、エネルギー方程式 (2.11) における電気出力は次式により求められる。

$$E_x J_x + E_y J_y = E_x I / A \quad (2.25)$$

次に、ダイアゴナル形発電機の起電力、内部抵抗、出力電圧、負荷率などの計算式を導出する。本研究では多負荷の場合についても解析を行うため、一般的な計算式として多負荷の場合の式を導出しておく。第2. 2図は第2. 1図に示したダイアゴナル形発電機において、 $n$ 個の負荷抵抗 $R_{Ll}$  ( $l = 1, 2, 3, \dots, n$ ) を接続した場合を示す。なお、単一負荷の場合は既に第2. 1図に示したが、 $R_{L1} = R_L$  のみで発電チャネルの上流端と下流端の電極に接続される。



第2. 2図 多負荷ダイアゴナル形発電機の負荷接続

同図に示すような $n$ 個の負荷を有する多負荷のダイアゴナル形発電機の $l$ 番目の負荷抵抗 $R_{Ll}$ の出力電圧 $V_l = V_l(t)$ は(2.16)式より、

$$V_l = - \int_{x_{l-1}}^{x_l} E_x dx = V_{0l} - R_{il} I_l \quad (2.25)$$

ただし、 $V_{0l}$  は起電力（無負荷出力電圧）、 $R_{il}$  は内部抵抗、 $I_l$  は $R_{il}$  を流れる出力電流、 $x_{l-1}$ 、 $x_l$  は $R_{Ll}$  に対する取り出し電極の位置の $x$ 座標である。ここで、 $V_{0l}$ 、 $R_{il}$  は次式によって求められる。

$$V_{0l} = \int_{x_{l-1}}^{x_l} \frac{\langle u B \rangle \{ \langle \beta \rangle - \alpha + S_H ( \langle \beta \rangle c_3 - c_1 ) \}}{\Gamma} dx \quad (2.26)$$

$$R_{i\ell} = \int_{x_{\ell-1}}^{x_{\ell}} \frac{(G + \langle \beta \rangle^2) (1 + S_H C_4)}{\langle \sigma \rangle \alpha A \Gamma} dx \quad (2.27)$$

単一負荷の場合には、 $\ell = 1$  であるので  $x_{\ell-1} = x_N$  (ノズル長)、 $x_{\ell} = x_N + x_0$  (発電チャネル長) となる。また、 $\ell$  番目負荷に対する短絡電流  $I_{s\ell}$ 、負荷抵抗  $R_{L\ell}$  および発電機の全負荷率  $K_{t\ell}$  は、それぞれ次式によって求められる。

$$R_{L\ell} = V_{\ell} / I_{\ell} \quad (2.28)$$

$$I_{s\ell} = V_{0\ell} / R_{i\ell} \quad (2.29)$$

$$K_{t\ell} = V_{\ell} / V_{0\ell} \quad (2.30)$$

#### 2. 4. 2 粘性損失と熱損失

通常、オープンサイクルMHD発電機の境界層においては、作動ガス流は乱流になるが、(2.2)、(2.3) 式または(2.10)、(2.11) 式における粘性損失  $f_r$  と熱損失  $q_h$  の項は、平板乱流境界層理論によって与えられるものとする。この境界層理論によると、粗い平板表面に沿って生じる乱流境界層内の  $f_r$  と  $q_h$  は、次式によって与えられる(29)。

$$f_r = \frac{2}{D_H} \rho u^2 C_f \quad (2.31)$$

$$q_h = \frac{4}{D_H} \rho u C_p \frac{C_f}{2} (T_s - T_w) \frac{1}{1 + \beta_N \sqrt{C_f/2}} \quad (2.32)$$

ここで、

$$C_f = (1 + 3 \sqrt{P_r} \frac{\gamma - 1}{2} M^2)^{-1} \{ 2.87 + 1.58 \log_{10} \left( \frac{x}{k_s} \right) \}^{-2.5} \quad (2.33a)$$

$$\beta_N = 0.52 P_r^{0.8} \left( \frac{\rho u k_s}{\mu} \sqrt{C_f/2} \right)^{0.45} \quad (2.33b)$$

$$\mu = 1.674 \times 10^{-5} \frac{383}{T + 110} \left( \frac{T}{273} \right)^{1.5} \quad (2.33c)$$

ただし、 $T_b$ は主流のよどみ点温度、 $T_w$ は壁面温度、 $C_p$ は定圧比熱、 $C_f$ は摩擦係数、 $D_H$ は水力直径、 $k_s$ は等価表面粗さ、 $M$ はマッハ数、 $Pr$ はプラントル数、 $T$ は境界層内の作動流体温度、 $\gamma$ は比熱比、 $\mu$ は粘性係数である。

また、チャネル側壁近傍には流体の粘性により、速度境界層が形成されるので、チャネル壁近傍における流速分布を与える必要がある。また、冷却壁形のチャネルにおいては、流体の主流とチャネル壁の間に温度境界層を生じる。燃焼ガスの比熱比 $\gamma = 1.15$ であるので、速度境界層の流速分布と温度境界層内の温度分布は同じ形状の分布をすると仮定してよい(29)。従って、乱流境界層内における流速、温度の分布は近似的に次の1/7乗法則に従って変化すると仮定する。

$$\frac{u_b}{u} = \frac{T_b - T_w}{T - T_w} = \left( \frac{y}{\delta} \right)^{1/7} \quad (2.34)$$

ただし、 $T_b$ 、 $u_b$ はそれぞれ境界層内における作動流体温度と流速、 $T$ 、 $u$ はそれぞれ流体の主流部における作動流体温度と流速、 $y$ はチャネル壁面からの距離、 $\delta$ は境界層厚みである。また、境界層内における圧力は主流部の圧力に等しいものと仮定する。

なお、(2.18)～(2.24)式における $\langle u_B \rangle$ 、 $\langle \alpha \rangle$ 、 $\langle \beta \rangle$ などの $y$ 方向における平均値は、(2.34)式により与えられる $T_b$ 、 $u_b$ の分布に基づいて算出される。

## 2. 5 基礎方程式の数値解析法

### 2. 5. 1 基礎方程式の差分近似

MHD発電チャネル内における流体力学的諸量の特性は、前節の基礎方程式(2.10)、(2.11)式を解くことにより得られるが、負荷の急変や故障などの場合には、チャネル内に衝撃波が生じる可能性がある。

これまで、衝撃波が生じる場合の非定常圧縮性流体に関する解析法については、幾多の研究がなされてきている(22),(23)。初期の解析においては、衝撃波が形成される不連続点あるいは面を追跡したり、圧縮波が組み合わさって衝撃波が形成される時刻を決定する数値解析法が用いられたが、電子計算機の発展にともなって、衝撃波がどこにあらうとも、計算が行える有効な数値解析法が開発されてきた。

1960年に、LaxとWendroff氏(30)は流体解析法の基礎を成す2段階差分近似解法を導いている。さらに、Richtmyer氏(31)はLax-Wendroff法に基づく新たな2段

階差分近似解法を提案している。MacCormack 法(32)はこのような差分法の一つであり、発展形方程式に対して Lax - Wendroff 法を基にして、前進、後退差分を交互に適用する予測-修正2段階差分近似解法である。この MacCormack 法は優れた解析結果が得られるので、流体力学の計算では広く用いられている。よって、本解析では発電チャネル内の基礎方程式 (2.10) に対し、Oliver(5)と同様、MacCormack 法を適用して数値解析用の差分近似式を導出する。

まず、 $x$ 、 $t$  軸の刻み幅すなわち差分格子間隔をそれぞれ  $\Delta x$ 、 $\Delta t$ 、ある点の空間、時間の座標をそれぞれ  $x = j \Delta x$  ( $j = 0, 1, 2, \dots$ )、 $t = k \Delta t$  ( $k = 0, 1, 2, \dots$ ) とすると、保存形変数ベクトル  $\mathbb{V}$  は

$$\begin{aligned}\mathbb{V} &= \mathbb{V}(x, t) = \mathbb{V}(j \Delta x, k \Delta t) \\ &\equiv \mathbb{V}_j^k \quad ; j, k = 0, 1, 2, \dots\end{aligned}\tag{2.35}$$

で表わされる。これより、 $\Delta x$  だけ進んだ点の状態量は  $\mathbb{V}_{j+1}^k$ 、また  $\Delta t$  だけ進んだ点の状態量は  $\mathbb{V}_j^{k+1}$  で表わすことができる。

そこで、(2.10) 式の右辺に前進差分を適用することにより

$$\left( \frac{\partial \mathbb{V}}{\partial t} \right)_j^k = - \frac{F_{j+1}^k - F_j^k}{\Delta x} + H_j^k\tag{2.36}$$

ただし、 $F_{j+1}^k$  は  $\mathbb{V}_{j+1}^k$ 、 $F_j^k$ 、 $H_j^k$  は  $\mathbb{V}_j^k$  より求められる  $F$ 、 $H$  である。

この  $(\partial \mathbb{V} / \partial t)_j^k$  を用いて  $x = j \Delta x$ 、 $t = \overline{k+1} \Delta t$  の仮の状態量  $\tilde{\mathbb{V}}_j^{k+1}$  を求めると、

$$\begin{aligned}\tilde{\mathbb{V}}_j^{k+1} &= \mathbb{V}_j^k + \Delta t \left( \frac{\partial \mathbb{V}}{\partial t} \right)_j^k \\ &= \mathbb{V}_j^k - \frac{\Delta t}{\Delta x} (F_{j+1}^k - F_j^k) + \Delta t H_j^k\end{aligned}\tag{2.37}$$

また、(2.10) 式の右辺に後退差分を適用することにより

$$\left( \frac{\partial \tilde{\mathbb{V}}}{\partial t} \right)_j^{k+1} = - \frac{\tilde{F}_j^{k+1} - \tilde{F}_{j+1}^{k+1}}{\Delta x} + \tilde{H}_j^{k+1}\tag{2.38}$$



ただし、 $\tilde{F}_j^{k+1}$ 、 $\tilde{H}_j^{k+1}$ は $\tilde{V}_j^k$ 、 $F_{j+1}^{k+1}$ は $V_{j+1}^{k+1}$ から求められる $\tilde{F}$ 、 $\tilde{H}$ である。

次に、 $x = j \Delta x$ 、 $t = \overline{k+1} \Delta t$ の状態量 $V_j^{k+1}$ を $V_j^k$ および $\tilde{V}_j^{k+1}$ の時間的変化の平均値として求めると、

$$\begin{aligned} V_j^{k+1} &= V_j^k + \frac{\Delta t}{2} \left\{ \left( \frac{\partial V}{\partial t} \right)_j^k + \left( \frac{\partial \tilde{V}}{\partial t} \right)_j^{k+1} \right\} \\ &= \frac{1}{2} \left\{ V_j^k + \tilde{V}_j^{k+1} - \frac{\Delta t}{\Delta x} (\tilde{F}_j^{k+1} - F_{j-1}^{k+1}) \right\} + \Delta t \tilde{H}_j^{k+1} \end{aligned} \quad (2.39)$$

そこで、(2.36)～(2.37)式より次のような差分近似式が得られる。

予測ステップ:

$$\tilde{V}_j^{k+1} = V_j^k - \frac{\Delta t}{\Delta x} (F_{j+1}^k - F_j^k) + \Delta t H_j^k \quad (2.40)$$

修正ステップ:

$$V_j^{k+1} = \frac{1}{2} \left\{ V_j^k + \tilde{V}_j^{k+1} - \frac{\Delta t}{\Delta x} (\tilde{F}_j^{k+1} - F_{j-1}^{k+1}) \right\} + \Delta t \tilde{H}_j^{k+1} \quad (2.41)$$

上記差分近似式による数値解析においては、解の安定性のため(付12)式のCFL条件(33)を満足するように差分格子間隔 $\Delta x$ 、 $\Delta t$ を決定することが必要である。

## 2. 5. 2 初期条件と境界条件

差分近似式(2.38)、(2.39)を解く際には、 $V$ 、 $F$ 、 $H$ の初期値分布と発電機の上流境界と下流境界での境界値が必要である。第2. 1図の発電機の初期条件および上流境界と下流境界での境界条件について述べる。

まず、初期条件は、MHD発電チャンネル内の物理的諸量の定常分布により与える。この定常分布は、準1次元非定常電磁流体方程式(2.1)、(2.2)、(2.3)において、時間 $t$ に関する偏微分項( $\partial/\partial t$ )を省略した次の定常準1次元方程式

$$\rho u A = m_0 = \text{一定} \quad (2.43)$$

$$\rho u \frac{du}{dx} + \frac{dp}{dx} = J_y B - f_r \quad (2.44)$$

$$\rho u \frac{d}{dx} \left( h + \frac{u^2}{2} \right) = E_x J_x + E_y J_y - q_h \quad (2.45)$$

に3. 2節に示す発電機の数値条件（発電機入口での流体条件、チャンネルサイズ、印加磁束密度、出力電流など）を与え、解くことにより求められる。ただし、 $m_0$ は質量流量である。そして、得られた発電チャンネル内作動流体の流速、圧力、温度のような流体力学的諸量、電界、電流密度などの電氣的諸量の定常分布を過渡解析を行うための初期条件、すなわち、差分近似式（2.40）、（2.41）を解く際の初期値として与えるものとする。なお、（2.43）、（2.44）、（2.45）式の連立常微分方程式はRunge-Kutta-Gill 法により解かれる。

また、得られた流体の定常圧力  $p = p(x)$ 、温度  $T = T(x)$ 、流速  $u = u(x)$  から、 $p$ 、 $T$ 、 $u$  と  $\rho$ 、 $m$ 、 $\varepsilon$  間の関係式（2.12）～（2.15）を用いて、定常状態量  $V_0(x) = [\rho \ m \ \varepsilon]^T$  を求め、次のように初期値  $V(x, 0)$  を与える。

$$V(x, 0) = V_0(x) = [\rho \ m \ \varepsilon]^T \quad (2.46)$$

ただし、添字  $T$  は転置行列を示す。

また、 $V$  の従属変数である  $F$ 、 $H$  の初期値  $F(x, 0)$ 、 $H(x, 0)$  は  $V(x, 0)$  および（2.11）式により求められる。

次に、境界条件は、以下のように与える。上流境界つまりノズル入口端での流体力学的諸量は燃焼器からの流出量であり、燃焼器での燃焼状態の変化を考えない場合には、一定としてよい。従って、上流境界（ $x = 0$ ）では、流体力学的諸量の時間的変化はなく、一定とする。すなわち、 $V$  に関して

$$V(0, t) = \text{一定} \quad (2.47)$$

下流境界つまりディフューザ出口での流体力学的諸量は上流からの流れの影響を直接受けるので、物理的に考えて多様な境界条件が考えられる。通常、保存形変数  $\rho$ 、 $m$ 、 $\varepsilon$ 、または非保存形変数  $p$ 、 $u$ 、 $T$  の下流境界における値は、境界近傍での各変

数の $x$ 方向の勾配を用いる直線外挿近似によって求められる。本論文では、下流境界 ( $x = x_L = x_N + x_o + x_D$ ) で  $t = t + \Delta t$  における  $V = V(x_L, t + \Delta t)$  を  $x = x_L - 2\Delta x$  で  $t = t$  における  $V = V(x_L - 2\Delta x, t)$  の $x$ 方向の勾配を用いる次の直線外挿近似式により与えている。

$$V(x_L, t + \Delta t) = V(x_L - \Delta x, t + \Delta t) + \frac{\partial V(x_L - 2\Delta x, t)}{\partial x} \Delta x \quad (2.48)$$

なお、 $x_N$ 、 $x_o$ 、 $x_D$  はそれぞれノズル長、発電チャネル長、ディフューザ長である。

### 2. 5. 3 数値計算過程

数値解析に用いた計算のフローチャートを第2. 3図に示す。数値計算の過程は次の通りである。

(1) 発電チャネル入口での圧力、温度、流速などの流体力学的条件、チャネル長、印加磁束密度、出力電流など(第3. 1～3表参照)を与える。

(2) (2.43)～(2.45)式に示した連立常微分方程式を(1)の条件のもとに、Runge-Kutta-Gill 法により解き、チャネル断面積 $A$ 、流体力学的諸量 $p$ 、 $T$ 、 $u$ 、電氣的諸量 $E$ 、 $J$ などの分布を求める。

(3) (2)において求められた流体力学的諸量から(2.12)～(2.15)式により初期値 $V(x, 0)$ を計算する。

(4) 故障条件(負荷開放、負荷短絡など)を与える。

(5) 故障条件から得られる出力電流 $I$ を与えて(2.18)～(2.24)式によりチャネル内の $E$ 、 $J$ などを計算する。

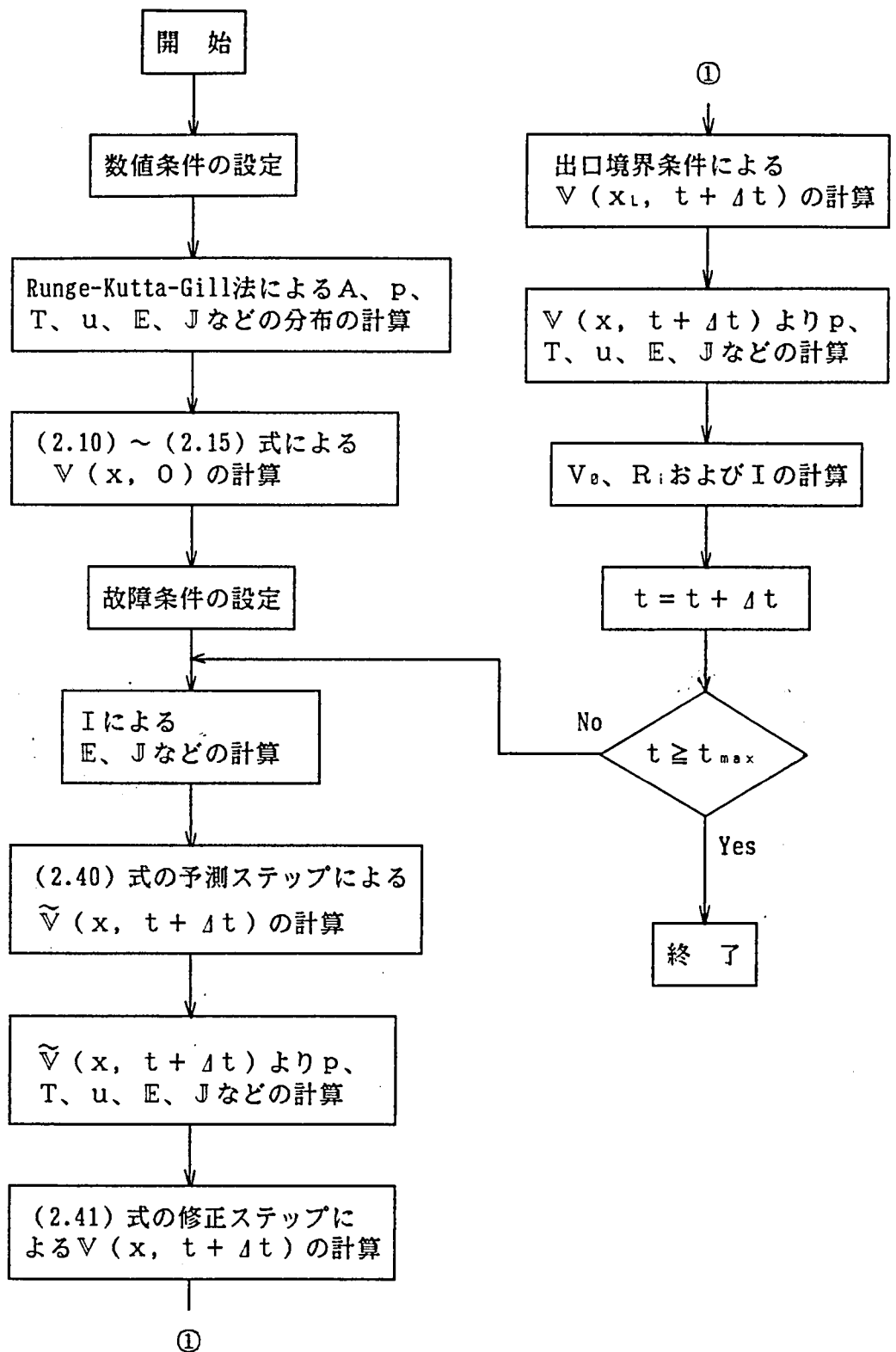
(6) (2.40)式により予測ステップの計算を行い、 $\tilde{V}_j^{k+1} = \tilde{V}(x, t + \Delta t)$ を求める。

(7)  $\tilde{V}(x, t + \Delta t)$ よりチャネル内の $p$ 、 $T$ 、 $u$ を求める。またそれらの値より $E$ 、 $J$ を求める。

(8) (2.41)式により修正ステップの計算を行い、 $V_j^{k+1} = V(x, t + \Delta t)$ を求める。

(9) (2.48)式の下流境界条件により $V(x_L, t + \Delta t)$ を求める。

(10)  $V(x, t + \Delta t)$ よりチャネル内の $p$ 、 $T$ 、 $u$ を求める。またそれらの値より $E$ 、 $J$ を求める。



第2.3図 数値計算のフローチャート

(11)  $V_0$ 、 $R_i$ および $I$ を計算する。

(12)  $t = t + \Delta t$ が $t_{max}$ を越えていれば計算を終了し、そうでなければ(5)へ戻り計算を繰り返す。ただし、 $t_{max}$ は計算打ち切り時間である。

## 2. 6 結言

以上、本章においては、ダイアゴナル形MHD発電機における過渡現象を非定常準1次元理論により取り扱い、数値解析を行う方法を提案した。得られた主な成果は次の通りである。

(1) 発電チャンネル内の流体力学的諸量および電氣的諸量の過渡的振舞について直交座標系での理論解析を行うため、境界層での粘性損失、熱損失などを考慮した非保存形変数(圧力、温度、流速)を従属変数とする非定常準1次元電磁流体方程式から、保存形変数(質量密度、運動量、全エネルギー密度)を従属変数とする行列表示の発展形偏微分方程式を導出した。

(2) 発電チャンネル内の電界、電流密度など電氣的諸量に対し、電極の有限分割効果、冷却壁発電チャンネルの温度境界層でのプラズマの不均一性による導電率やホールパラメータの非一様分布などの2次元効果を考慮した計算法を導出した。

(3) (1)で導出した発展形偏微分方程式に対して前進、後退差分を交互に適用する2段階差分近似解法(MacCormack法)により、差分近似式を導出した。

(4) (3)で導出した差分方程式の数値解を求めるのに必要な初期条件および上流、下流境界における境界条件の与え方を示した。

(5) 本数値解析法を用いて非定常準1次元解析を行うための計算過程およびフローチャートを示した。

### 第3章 ダイアゴナル形MHD発電機の過渡特性

#### 3. 1 緒言

前章で述べたように、本来直流機であるMHD発電機においても負荷変動、故障発生時など外部条件の急変時には注目すべき過渡状態が生じるが、その過渡特性を十分把握しておくことが発電機の設計、運転、制御方法などの検討上是非とも必要になる。この過渡特性に対する解析はまだあまりなされておらず、Oliver 氏(5)のダイアゴナル形発電機、吉川氏ら(6)のファラデー形発電機の解析例をみるに過ぎない。しかも、それらはいずれも理想発電機の場合を取り扱ったものであり、発電チャネル壁面の近傍に生じる境界層内における粘性損失と熱損失、作動流体プラズマの空間的な不均一性、電極の有限分割効果などの過渡特性に及ぼす影響は考慮していない。また、Oliver 氏はダイアゴナル形発電機において重要なパラメータであるダイアゴナル角の過渡特性に及ぼす影響、過渡時における電気的特性の変化などについては論じていない。さらにダイアゴナル形発電機においては、発電チャネル内電流密度は出力電流の大きさに比例せず、後者が零の場合にも存在するので、ファラデー形発電機の場合とはかなり異なった過渡特性を示すであろうことが予想される。

そこで本章においては、前章で提案したダイアゴナル形MHD発電機の過渡特性の解析手法を用いて数値解析を行った結果(9)~(21) について述べている。まず、第3. 2 節では解析対象とした亜音速流ダイアゴナル形発電機について、作動流体として用いたカリウムシードの重油燃焼ガスの圧力、温度、流速、印加磁束密度、チャネルサイズなどの諸数値条件を示す。第3. 3 節では、理想発電機において負荷を開放および短絡した場合の過渡流速の伝搬特性、過渡流速に及ぼすダイアゴナル角や印加磁束密度の影響などを明らかにする。第3. 4 節では、過渡流速に及ぼすプラズマの不均一性、境界層内における損失などの影響、隣接電極間の絶縁破壊、電極消耗などに重大な影響を及ぼすホール電界およびファラデー電流密度の空間的、時間的变化などについて詳細な検討を行う。また、多負荷のダイアゴナル形発電機の過渡流速特性について解析する。第3. 5 節ではファラデー形の流速特性を示すと共に、ダイアゴナル形との特性比較を行っている。

#### 3. 2 数値条件

本論文では作動流体としてカリウムを 1 wt% シードした重油燃焼ガスを用いる場

合を例にとって解析を行う。その導電率 $\sigma$ 、ホールパラメータ $\beta$ 、気体定数 $R$ およびエンタルピー $h$ は圧力 $p$ と温度 $T$ の関数であるが、本解析では文献(34)の結果と良く一致するように求めた次式を用いる(25),(26)。

$$\sigma = 88.9 p^{-0.51} T^{1.855} \exp(-T_i/T) \quad (\text{S}/\text{m}) \quad (3.1)$$

$$\beta = 4.43 \times 10^{-4} p^{-0.99} T^{0.97} B \quad (3.2)$$

$$R = 249.1 + 0.0187 T \quad (\text{J}/\text{kg} \cdot \text{K}) \quad (3.3)$$

$$h = -3.34 \times 10^6 + 2804 T \quad (\text{J}/\text{kg}) \quad (3.4)$$

ただし、 $B$ は印加磁束密度、 $T_i = 25,190\text{K}$ はカリウムの電離温度である。また $B$ 、 $p$ および $T$ の単位はそれぞれ、 $T$ 、 $\text{atm}$ 、 $\text{K}$ である。

次に、ダイアゴナル形MHD発電機は、亜音速流定速度形とする。計算に用いたチャンネル入口での流体力学的諸量やチャンネルサイズなどの数値条件を第3. 1表に示す。

第3. 1表に掲げた数値条件の下で、チャンネル内の流速 $u$ を一定として、(2.43)～(2.45)式に示した連立微分方程式をRunge-Kutta-Gill法により解くことにより、チャンネル内の諸量の分布を求める。ただし、第2. 4節に述べたプラズマの不均一性や境界層損失などを考慮した解析においては、第3. 2表に示す諸数値を用いるものとする。また、第3. 3表は次節で流速の伝搬特性の解析に用いられる定断面形チャンネルの数値条件である。

第3. 1表 ダイアゴナル形発電機の計算に用いた数値条件

入口圧力	$p_0 = 3.3 \quad \text{atm}$	ダイアゴナル角	$\phi = 15, 30, 45^\circ$
入口主流温度	$T_0 = 2600 \quad \text{K}$	チャンネル壁面温度	$T_w = 1500 \quad \text{K}$
入口主流速度	$u_0 = 800 \quad \text{m/s}$	発電チャンネル長	$x_0 = 5 \quad \text{m}$
質量流量	$m_0 = 100 \quad \text{kg/s}$	ノズル長	$x_N = 1 \quad \text{m}$
印加磁束密度	$B = 2 \sim 4 \quad \text{T}$	入口断面積	$A_0 = 0.281 \quad \text{m}^2$
負荷率	$K_t = 0.5$		

第3. 2表 損失項の計算に用いた諸数値

電極分割比	$S_H = 0.1$	境界層厚	$\delta = 0.1$
電極比	$S_c = 0.8$	壁面温度	$T_w = 1500 \text{ K}$
プラントル数	$Pr = 0.7$	等価砂粒粗さ	$k_s = 0.0004$

第3. 3表 定断面形チャンネルにおける数値条件

入口圧力	$p_0 = 3.3 \text{ atm}$	負荷率	$K_t = 0.5$
入口主流温度	$T_0 = 2600 \text{ K}$	ダイアゴナル角	$\phi = 45^\circ$
入口主流速度	$u_0 = 300 \text{ m/s}$	発電チャンネル長	$x_0 = 4 \text{ m}$
質量流量	$m_0 = 100 \text{ kg/s}$	ノズル長	$x_N = 1 \text{ m}$
印加磁束密度	$B = 2 \text{ T}$	ディフューザ長	$x_D = 1 \text{ m}$

第2. 5節で既述したように、求められた定速度ダイアゴナル形発電チャンネル内諸量の定常分布を過渡解析における第一初期値 ( $t = -0$  における値) として与える。

過渡解析は、定格負荷条件の下で定常運転されている定速度ダイアゴナル形発電機の負荷が急に開放 ( $K_t = 1$ ) または短絡 ( $K_t = 0$ ) された場合に生じる過渡状態について行う。開放、短絡直後においては出力電流はそれぞれ、 $I|_{t=+0} = 0$  および  $I|_{t=+0} = I_0 = V_0 / R_t$  によって与えられる。

なお、ダイアゴナル形発電機における作動流体の振舞は、第2章で導出した非定常準1次元基礎方程式 (2.10)、(2.11) 式によって解析される。また、数値計算における  $\Delta x$  と  $\Delta t$  は、CFL条件式 (付12) を満足するように、それぞれ  $\Delta x = 0.05 \text{ m}$  および  $\Delta t = 20 \mu\text{s}$  としている。

### 3. 3 理想発電機の過渡流速特性

#### 3. 3. 1 伝搬特性

故障時における、理想発電チャンネル内の流速変化の伝搬状態を検討するため、 $\beta$  がほぼ一定 (チャンネル入り口および出口でそれぞれ  $\beta = 0.56$  および  $0.75$ ) となるよう



な数値条件  $B = 2 \text{ T}$ 、 $\phi = 30^\circ$  を選んで、負荷開放および負荷短絡時の流速の時間的な変化を計算した結果を、それぞれ第3. 1 図 (a)、(b) に示す。ただし、他の数値条件は第3. 1 表 (a) に示したものと同一である。同図 (a) は、 $t = 0$  において負荷を開放した場合の  $t = 0.5$ 、 $1.0$ 、 $1.5 \text{ ms}$  における流速  $u$  の分布を示す。同図からわかるように、速度波の波高値は時間と共に増大しつつ下流に向かって伝搬していくが、その波高値の伝搬速度  $u_c$  の時間平均値  $\langle u_c \rangle \doteq 1730 \text{ m/s}$  である。このときの平均流速  $\langle u \rangle \doteq 825 \text{ m/s}$ 、平均音速  $\langle a \rangle \doteq 925 \text{ m/s}$  であり、 $\langle u_c \rangle$  は  $\langle u \rangle + \langle a \rangle \doteq 1750 \text{ m/s}$  にほぼ等しい。また、同図 (b) は  $t = 0$  で負荷を短絡した場合の  $u$  の分布である。開放した場合とは逆に、速度波の波高値は時間と共に減衰しつつ下流に向かって伝搬していくが、 $\langle u_c \rangle \doteq 1700 \text{ m/s}$  であり、この場合も  $\langle u \rangle + \langle a \rangle \doteq (755 + 895) = 1650 \text{ m/s}$  にほぼ等しくなる。また、上流側への波高値の伝搬速度の平均値  $\langle u_c' \rangle \doteq \langle u \rangle - \langle a \rangle$  になることが推察されるが、 $u$  がマッハ数1に近いため明かでない。

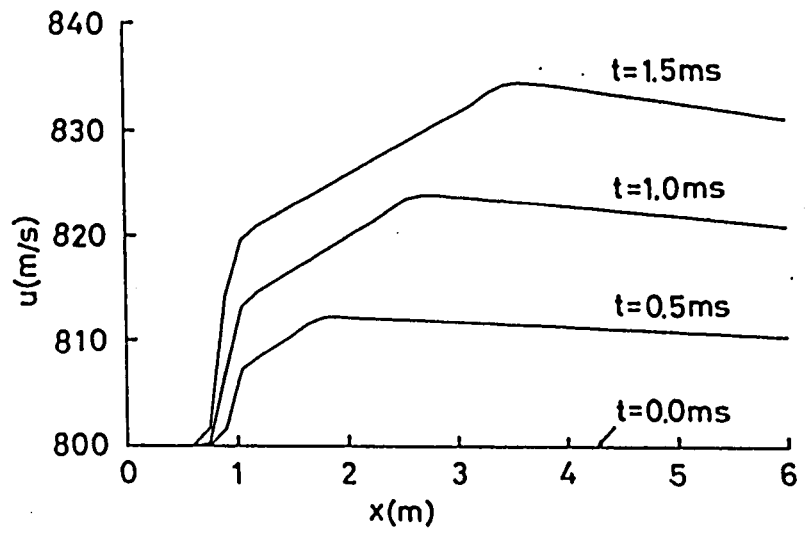
次に、上記したような上流および下流への進行波伝搬特性やチャンネル内での第2. 3 節で導出したMacCormack 法による過渡解の収束性を確かめるため、第3. 3 表に示した定断面形チャンネルの数値条件により計算を行う。

亜音速流チャンネルにおいては、負荷変化後、発電チャンネル内の諸量の変化は進行波として上流および下流へ伝搬し、それらの上流境界（ノズル入口）または下流境界（ディフューザ出口）からの反射波が再びチャンネル内を伝搬することを繰り返すことにより、新たな定常値に達すると考えられる。しかしながら、實際上ディフューザ出口からチャンネルまでの反射波の到達時間は非常に長いので、計算の便宜上、ディフューザ長  $x_D = 1.0 \text{ m}$  とした。

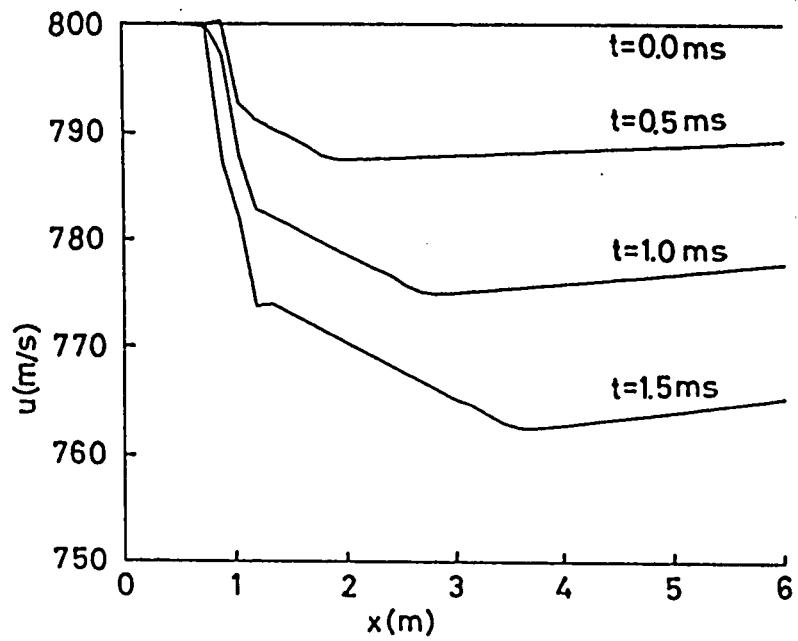
この場合の上流境界条件は (2.48) 式の固定境界によって与えるが、下流境界条件は、下流側からの上流側への反射を生じるのを計算過程に繰入れるため、新たにディフューザ出口  $x = x_L$  で流速  $u$  を次式により与える。

$$u \Big|_{x=x_L} = (m_0 / \rho A) \Big|_{x=x_L} \quad (3.5)$$

第3. 2 図 (a)、(b) は、 $t = 0$  において出力電流を  $I = 2500 \text{ A}$ （負荷率  $K_t = 0.7$ ）より  $I = 10000 \text{ A}$ （ $K_t = 0.3$ ）まで急変させた場合の発電チャンネル内流速  $u$  の時間的な収束特性および圧力  $p$  の空間的、時間的な変化を示す。同図からわかるように速

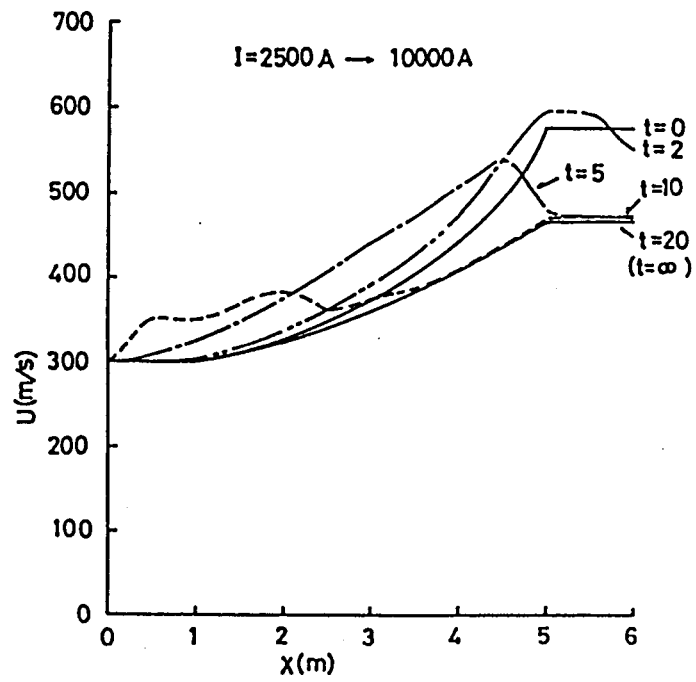


( a ) 負荷開放時

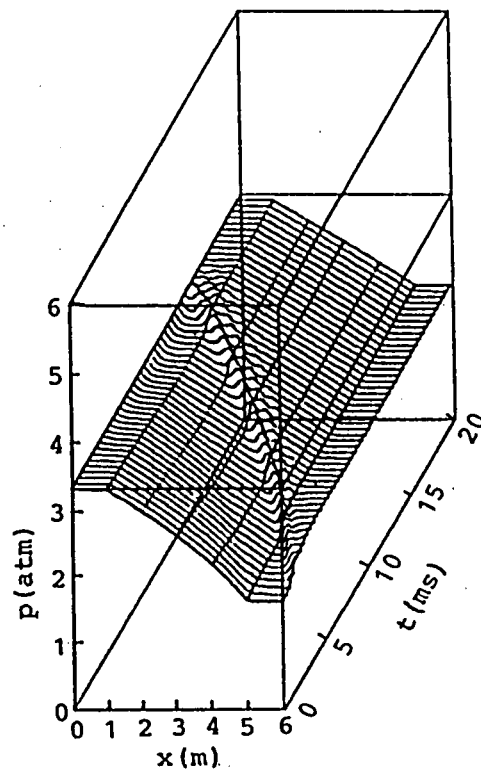


( b ) 負荷短絡時

### 第 3. 1 図 流速変化の時間依存性

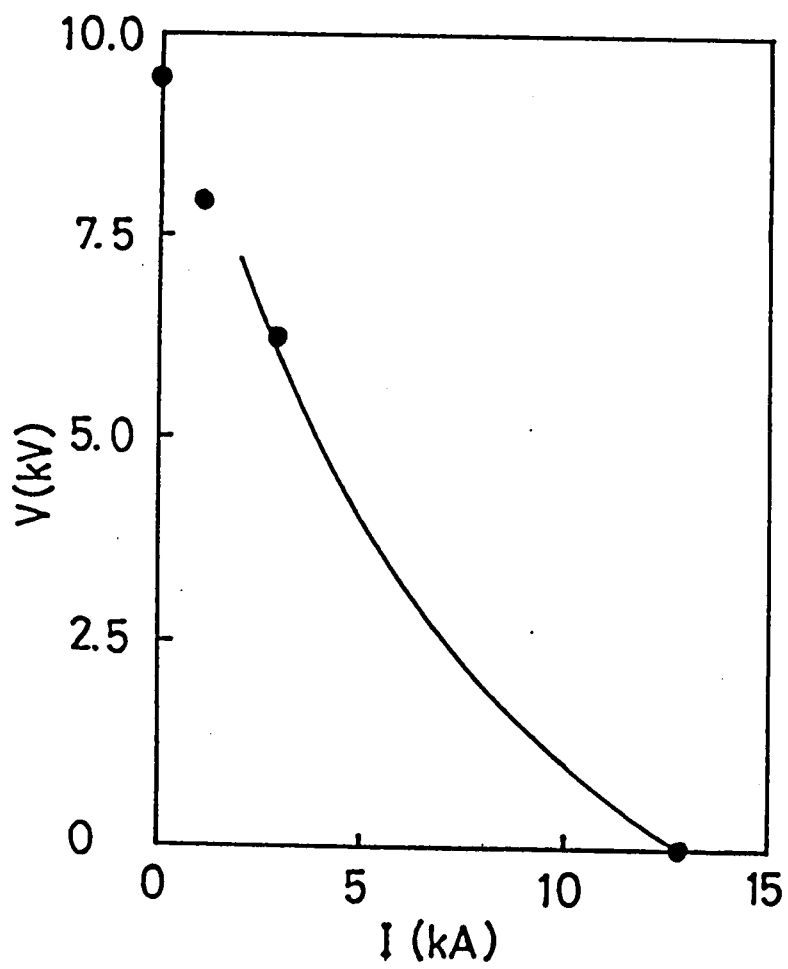


( a ) 流速



( b ) 圧力

### 第3. 2図 出力電流変化時の流速および圧力の収束特性



第3. 3 図  $V-I$  特性

度波と圧力波が、いずれも、上流および下流境界で反射された後、 $u$ と $p$ は $t \pm 20$  ms で新たな定常値に達している。また、速度波の波高値の平均伝搬速度 $\langle u_c \rangle$ は、上流または下流方向へ向かうときそれぞれ約  $-470$  m/s、約  $1300$  m/s であり、それぞれ、 $\langle u_c \rangle \pm \langle u \rangle - \langle a \rangle$ 、 $\langle u_c' \rangle \pm \langle u \rangle + \langle a \rangle$  である。よって、局所的にもそれぞれ、 $u_c = u + a$ 、 $u_c' = u - a$  であることが明かである。

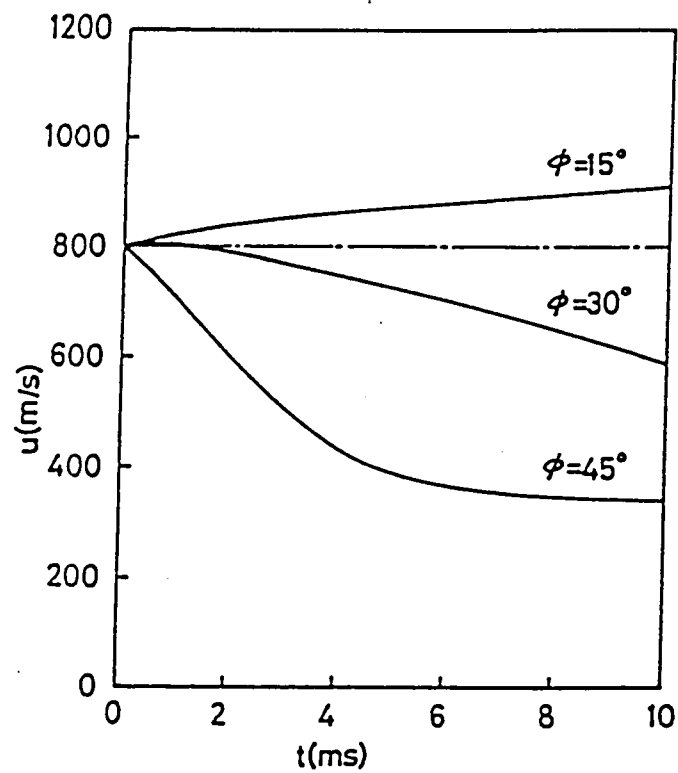
この場合の発電機の出力電圧 $V$ 対出力電流 $I$  ( $V-I$ ) 特性を第3. 3図に示している。実線は(2.43)～(2.45)式に Runge-Kutta-Gill 法を適用して得られた定常 $V-I$ 特性である。また、●印は $I = 5.2$  kA (負荷率 $K_t = 0.5$ ) からそれぞれ 0、0.5、3.0、12.7 kA まで急変させた場合の MacCormack 法による差分近似式(2.40)、(2.41)を適用して得られた計算結果であり、実線とよく一致している。また、 $I$ が小さい場合はチャンネル内に衝撃波が生じるため、Runge-Kutta-Gill 法での計算は不可能であるが、MacCormack 法を適用した解析結果は、衝撃波の発生する場合でも数値計算が可能であることを示している。

以上により、MacCormack 法を用いる過渡解析法の妥当性が確かめられた。

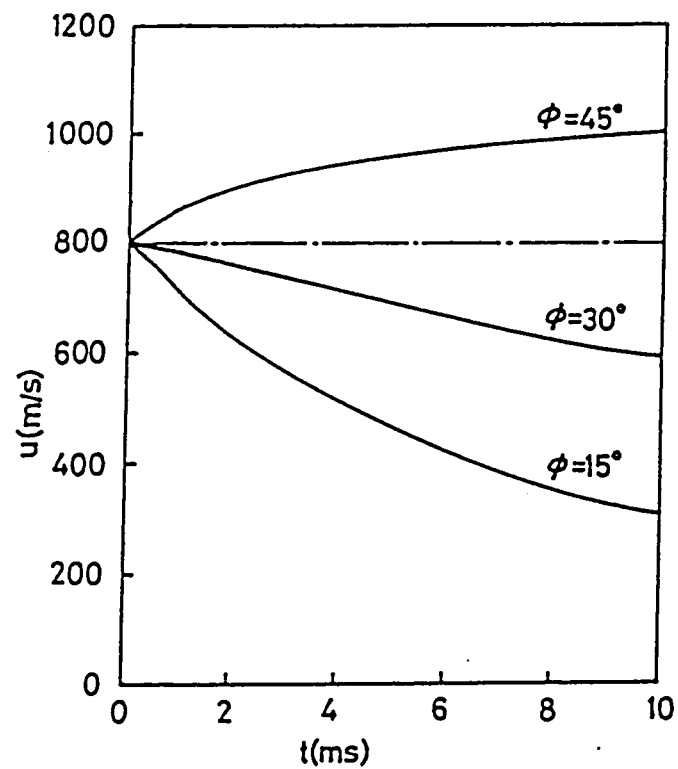
計算結果から明らかなように、亜音速流チャンネルでは発電チャンネルから燃焼器側への反射波およびディフューザなど下流部から発電チャンネル内へ反射波が伝搬するため、数値解析においては反射波の取り扱いを考慮する必要がある。しかしながら、以下の計算では流速が音速に近く、反射波の伝搬速度は非常に遅いため、過渡解がほぼ収束する計算時間の範囲では、反射波は発電チャンネル内へ到達しないと考えられるので、無視している。

### 3. 3. 2 過渡流速に及ぼすダイアゴナル角および印加磁束密度の影響

第3. 4図(a)、(b)は理想発電機において印加磁束密度 $B = 4$  T、初期流速 $u|_{t=0} = 800$  m/s とし、それぞれ負荷を開放および短絡した場合の発電チャンネル中央部( $x = 3.5$  m)における流速 $u$ の時間的変化をダイアゴナル角 $\phi$ をパラメータにとって示している。同図(a)の負荷開放時には、 $u$ は $\phi = 15^\circ$ の場合に時間とともに増大するが、 $\phi = 30^\circ$  および  $\phi = 45^\circ$  では減少している。すなわち、 $\phi$ が小さい場合は加速、大きい場合は減速特性となることがわかる。同図(b)の負荷短絡時には、 $\phi = 30^\circ$  では、同図(a)の場合と同様、 $u$ は減少するが、開放時とは逆に、 $\phi$ が小さい場合には減少、大きい場合には加速する特性を示している。従って、負荷の開放、短絡に対して流速は互いに逆特性となることがわかる。

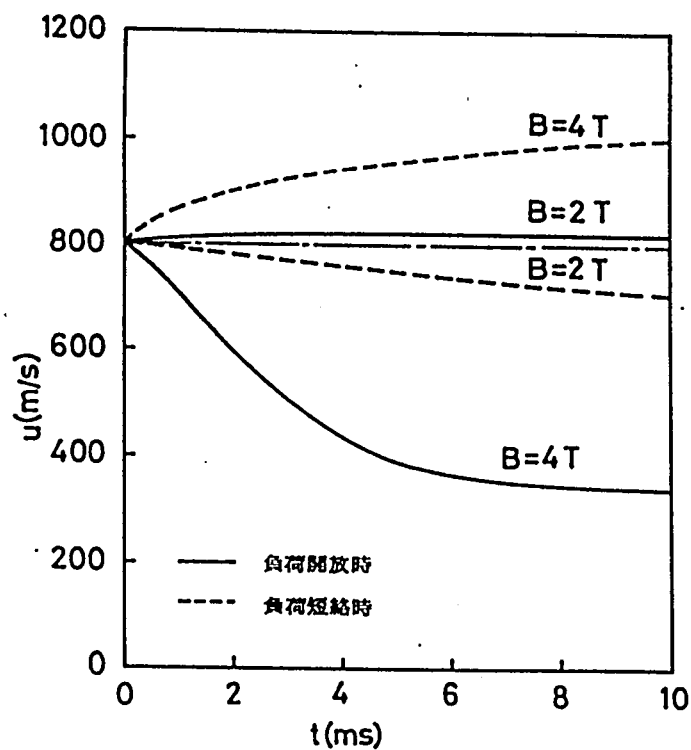


(a) 負荷開放時

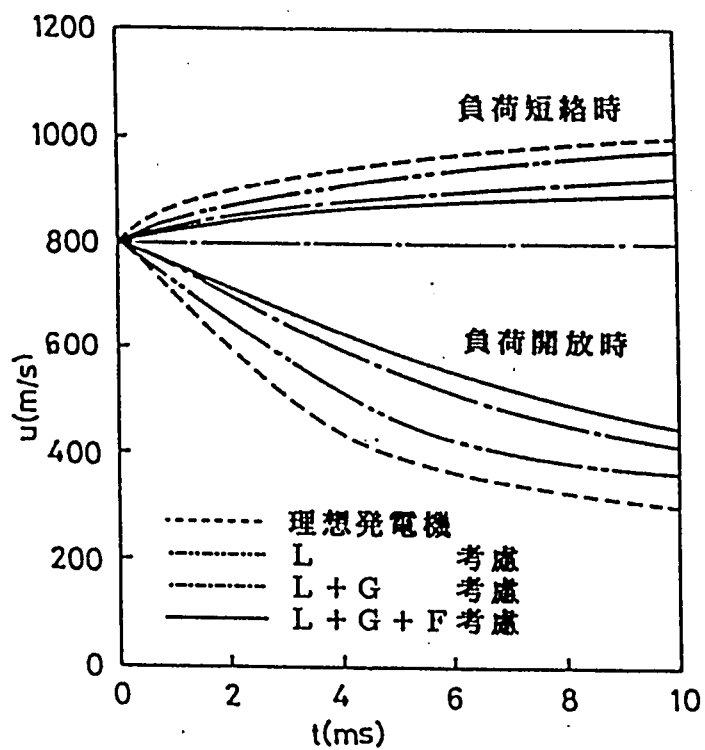


(b) 負荷短絡時

第3. 4図 過渡流速に及ぼすダイアゴナル角の影響 ( $x = 3.5$  m)



第3. 5 図 過渡流速に及ぼす磁束密度の影響 ( $x=3.5\text{ m}$ )



第3. 6 図 過渡流速に及ぼす損失項の影響 ( $x=3.5\text{ m}$ )

次に、第3. 5図は $\phi = 45^\circ$ とし、印加磁束密度 $B$ をパラメータにとった場合の流速 $u$ の時間的变化を示す。負荷開放、短絡いずれの場合にも $B = 4 \text{ T}$ 、と $B = 2 \text{ T}$ の場合では、 $u$ の変化の方向は互いに逆になっていることがわかる。

なお、(2.8) (2.17) 式から明らかなように、ダイアゴナル形発電機の実出力電流 $I$ と電流密度成分 $J_x$ および $J_y$ はダイアゴナル係数 $\alpha$ を介して結びつけられているので、負荷開放時においてもチャンネル内電流が存在する。このため、ファラデー形とは異なり、流速 $u$ の過渡的变化はダイアゴナル角 $\phi$ と磁束密度 $B$ 、従ってダイアゴナル係数 $\alpha$ とホールパラメータ $\beta$ に依存する特性を示すことになる。

### 3. 4 損失項などを考慮した場合のダイアゴナル形発電機の過渡特性

#### 3. 4. 1 過渡流速に及ぼす損失項などの影響

前節3. 3においては理想発電機の過渡流速特性を論じたが、本節においては境界層内における粘性損失、熱損失などが流速特性におよぼす影響について考察する。

第3. 6図は $B = 4 \text{ T}$ 、 $\phi = 45^\circ$ の発電機について、境界層損失 $L$ 、境界層損失 $L$  + ファクタ $G$ 、境界層損失 $L$  + ファクタ $G$  + 有限分割効果 $F$ を考慮した場合のチャンネル中央部、 $x = 3.5 \text{ m}$ における主流速度 $u$ の時間的变化を示す。なお、比較のため理想発電機の場合を破線で示す。同図からわかるように、理想発電機の場合と同様、負荷開放時には減速特性、短絡時には加速特性を示すが、理想発電機、 $L$ 、 $L + G$ 、 $L + G + F$ 考慮の順に $u$ の時間的变化が小さくなっている。例えば、理想発電機の場合に比べて $t = 10 \text{ ms}$ における $L + G + F$ 考慮時の流速変化の程度は、負荷開放時に約70%、短絡時に約45%である。このように $L$ 、 $G$ 、 $F$ は流速特性にかなりの影響を及ぼすことがわかる。

上述したように、 $L$ 、 $G$ 、 $F$ によってダイアゴナル形発電機の過渡特性は、理想的な場合より相当異なってくる。従って、過渡特性の解析には $L$ 、 $G$ 、 $F$ を考慮する必要がある。よって、次項以降においては $L$ 、 $G$ 、 $F$ を考慮して発電機の諸過渡特性を検討する。

#### 3. 4. 2 チャンネル内諸量の初期分布

第3. 1表、第3. 2表に示した数値条件の下で、印加磁束密度 $B = 4 \text{ T}$ 、ダイアゴナル角 $\phi = 45^\circ$ 、負荷率 $K_t = 0.5$ の場合の定格値として、誘導起電力 $V_o = 17.2 \text{ kV}$ 、出力電圧 $V = 8.62 \text{ kV}$ 、出力電流 $I = 4.05 \text{ kA}$ 、内部抵抗 $R_i = 12.1 \Omega$ が得られた。



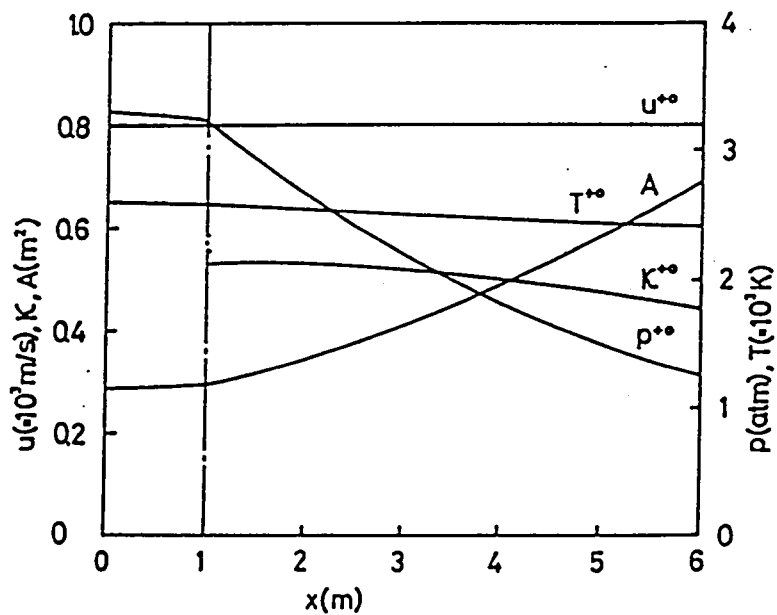
第3. 7図(a)、(b)は発電チャンネル内における流体力学的ならびに電氣的諸量の初期分布を示す。なお、負荷の開放または短絡直前( $t = -0$ )における第1種初期値は $K_t = 0.5$ の場合の上記した諸量の定格値を用いる。また、負荷の変化直後( $t = +0$ )の出力電流はそれぞれ $I|_{t \rightarrow 0} = 0$  および  $I|_{t \rightarrow 0} = I_s = V_0 / R_i$  で与えられる。これらの第2種初期値はこの場合の初期チャンネル内分布となる。

MHD発電機においても、流体力学的諸量の時間的变化は、電氣的諸量のそれに比べて非常に遅いと仮定してよい。従って、それぞれ $t = -0$  および  $t = +0$  における主流圧力 $p^{-0}$ 、 $p^{+0}$ 、主流温度 $T^{-0}$ 、 $T^{+0}$ 、主流流速 $u^{-0}$ 、 $u^{+0}$ 、また、圧力と温度の関数である平均導電率 $\langle \sigma \rangle^{-0}$ 、 $\langle \sigma \rangle^{+0}$ 、平均ホールパラメータ $\langle \beta \rangle^{-0}$ 、 $\langle \beta \rangle^{+0}$ などの値は互いに等しく、 $p^{-0} = p^{+0}$ 、 $T^{-0} = T^{+0}$ 、 $u^{-0} = u^{+0}$ 、 $\langle \sigma \rangle^{-0} = \langle \sigma \rangle^{+0}$ 、 $\langle \beta \rangle^{-0} = \langle \beta \rangle^{+0}$ とする。

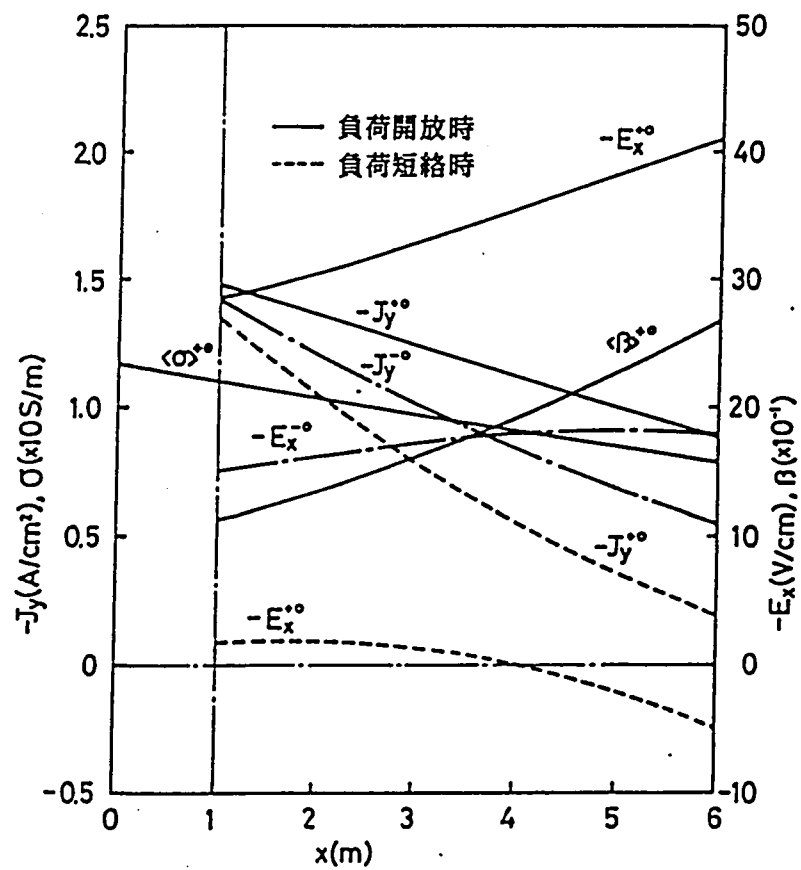
このれら仮定の下で、 $B = 4$  T、 $\phi = 45^\circ$ 、 $K = 0.5$ の場合について得られた $p^{+0}$ 、 $T^{+0}$ 、 $u^{+0}$ 、チャンネル断面積 $A$ 、局所負荷率 $K^{+0}$ の $x$ 軸に沿う初期値の分布を同図(a)に示す。また、 $\langle \sigma \rangle^{+0}$ 、 $\langle \beta \rangle^{+0}$ 、ホール電界 $E_x^{-0}$ 、 $E_x^{+0}$ 、ファラデー電流密度 $J_y^{-0}$ 、 $J_y^{+0}$ の分布を同図(b)に示す。同図より負荷急変直前のホール電界 $E_x^{-0} = -15 \sim -18$  V/cmであるが、負荷開放直後には $E_x^{+0} = -28 \sim -41$  V/cmという高い電界が発生することがわかる。一方、短絡直後には $E_x^{+0} = -1.8 \sim 5.0$  V/cmのかなり低い電界になる。また、定常時のファラデー電流密度 $J_y^{-0} = -1.42 \sim -0.55$  A/cm<sup>2</sup>に対し、負荷開放直後には $J_y^{+0} = -1.48 \sim 0.89$  A/cm<sup>2</sup>、短絡直後には $J_y^{+0} = -1.30 \sim -2.0$  A/cm<sup>2</sup>となる。従って、負荷開放時には定常時よりかなり大きい電界 $E_x^{+0}$ および電流密度 $J_y^{+0}$ を発生し、しかも $E_x^{-0}$ と $E_x^{+0}$ 、 $J_y^{-0}$ と $J_y^{+0}$ の差は下流ほど大きくなることが知られる。この現象は(2.18)、(2.19)式からわかるように、負荷開放時および短絡時の電界および電流の増減がダイアゴナル係数 $\alpha = -\cos \phi$ と平均ホールパラメータ $\langle \beta \rangle$ の和 $(\alpha + \langle \beta \rangle)$ の正、負によって起こるのである。つまり、先に示した第3. 4図では $\alpha = -1$ 、 $\langle \beta \rangle^{+0} = 1.13 \sim 2.66$ であったため、第3. 7図の場合とは逆に $E_x$ 、 $J_y$ はいずれもその絶対値が開放時に増加、短絡時に減少することになる。

### 3. 4. 3 発電機の過渡特性

第3. 8図(a)～(c)にはそれぞれ負荷開放時における流速 $u$ 、圧力 $p$ 、温度 $T$ の空間的ならびに時間的变化を三次元的に示す。なお、初期値としては、第3. 4

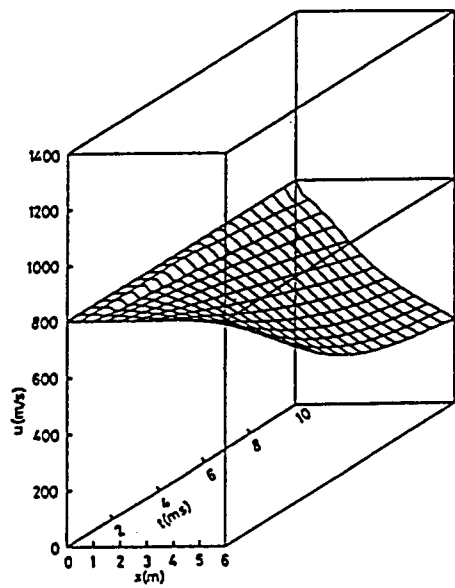


(a)  $A, p^{**}, T^{**}, u^{**}, \kappa^{**}$

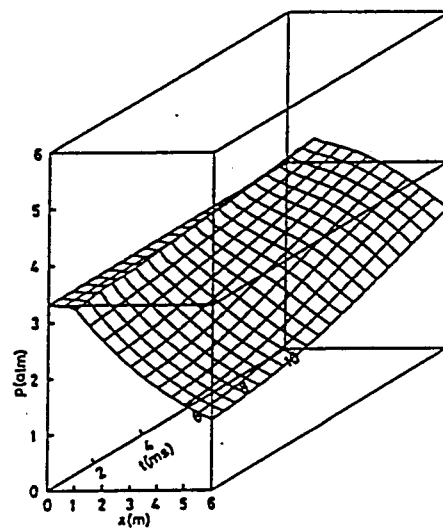


(b)  $E_x^{**}, E_x^{**}, J_y^{**}, J_y^{**}, \langle \omega \rangle^{**}, \langle \beta \rangle^{**}$

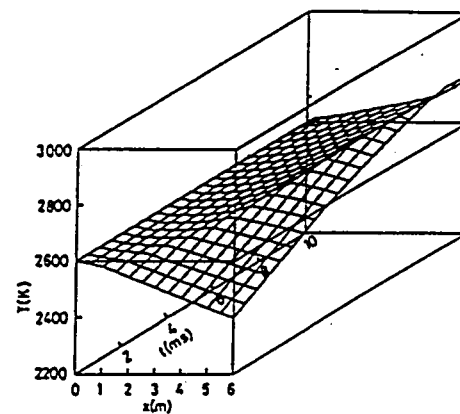
第3. 7 図 流体力学のおよび電気的諸量の初期値分布



(a) 流速



(b) 圧力



(c) 温度

第3. 8図 負荷開放時の流速、圧力、温度の過渡分布

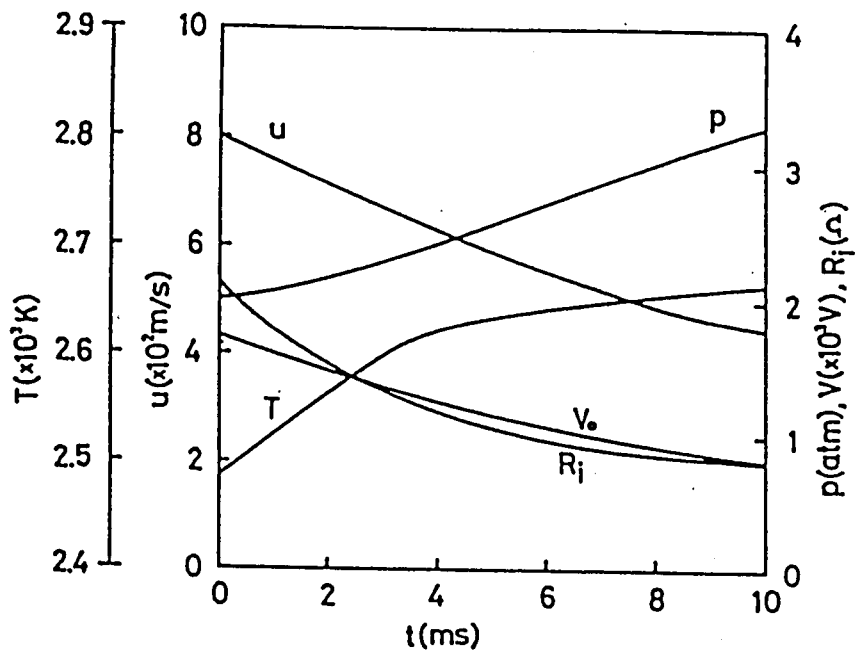
図に示した  $u^{*0}$ 、 $p^{*0}$ 、 $T^{*0}$  の初期分布を用いている。

第3. 7図 (b) に示した  $J_y^{-0}$ 、 $J_y^{+0}$  の分布からわかるように下流部ほど  $t = -0$  と  $t = +0$  間の  $J_y$ 、従って電磁力  $J_y B$  の差が大きくなるため、下流部の  $u$  への影響が大きく、 $u$  は下流部で時間  $t$  と共に大きく低下している。一方、 $p$  は時間  $t$  と共に上昇し、また上流部に高い圧力分布を生じている。また  $T$  も  $t$  と共に上昇するが、その波高値は下流方向に平均速度  $\langle u \rangle = 560 \text{ m/s}$  で伝搬する。この伝搬速度は、ほぼ  $u$  の平均値  $\langle u \rangle$  に等しく、温度波、従ってエントロピー波の伝搬速度  $u_0$  は  $u$  に等しくなる。なお、短絡時には  $u$  が  $t$  と共に増大するに伴い、 $p$  の低下と  $T$  の穏やかな上昇を生じるが、開放時のような明確な波高値の伝搬は見られなかった。

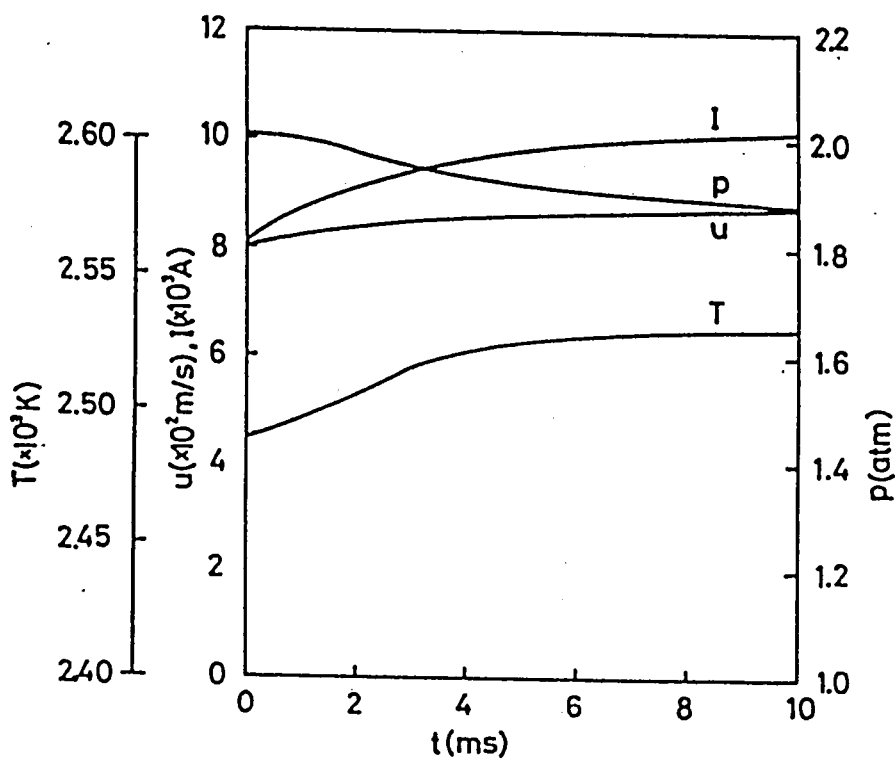
次に、第3. 9図 (a)、(b) はそれぞれ負荷を開放および短絡した場合の印加磁束密度  $B = 4 \text{ T}$ 、ダイアゴナル角  $\phi = 45^\circ$  の場合の  $x = 3.5 \text{ m}$  における圧力  $p$ 、温度  $T$ 、流速  $u$ 、出力電流  $I$  などの時間的变化を示す。負荷開放時には電磁力  $|J_y B|$  が増大するため、 $u$  が時間と共に減少し、それに伴い  $p$ 、 $T$  の上昇および出力電圧  $V$ 、内部抵抗  $R_i$  の低下が見られる。一方、負荷短絡時には  $I = I_0$  (短絡電流) となるにもかかわらず電磁力  $|J_y B|$  が減少するため、 $u$  が増大し、 $p$  は低下する。また、 $T$  は  $p$  の低下および  $t = -0$  で電気出力が零になることによって上昇する。

第3. 10図 (a)、(b) は  $B = 4 \text{ T}$ 、 $\phi = 45^\circ$  の場合について、負荷開放時における電界  $E_x$  と電流密度  $J_y$  の空間的ならびに時間的变化を第3. 8図と同様な方法で示す。同図 (a) において、 $|E_x|$  は  $t = +0$  で最大であり、時間  $t$  と共に減少している。一方、同図 (b) からわかるように、 $|J_y|$  は  $t$  と共に増加し、その波高値は下流に向かって、第3. 8図における温度  $T$  と同様に、 $\langle u \rangle = 560 \text{ m/s}$  で伝搬し、 $t \approx 9 \text{ ms}$  でチャネルを通過している。なお、 $t \approx 10 \text{ ms}$  においてはチャネル内全体にわたって  $|J_y| > 1.0 \text{ A/cm}^2$  となり、またチャネルの上下端で大きな値となっている。ちなみに、負荷短絡時には  $|E_x|$ 、 $|J_y|$  共小さく、ほぼ一定値となり明確な波高値の伝搬は見られなかった。

次に第3. 10図 (a)、(b) で  $x = 3.5 \text{ m}$  における電界  $E_x$ 、電流密度  $J_y$  の時間的变化を第3. 11図に示す。負荷開放時の  $E_x$ 、 $J_y$  はその第1種初期値  $E_x^{-0}$ 、 $J_y^{-0}$  よりも絶対値が増加している。 $|E_x|$  は  $|E_x^{-0}| = 18.6 \text{ V/cm}$  から  $|E_x^{+0}| = 34.5 \text{ V/cm}$  に急増した後、流速  $u$  が時間とともに低下するため、 $t > 0$  において漸減する特性となるが、 $0 < t < 2 \text{ ms}$  間において  $30 \text{ V/cm}$  以上の高い値となっている。なお、 $|J_y|$  は、 $|J_y^{-0}| = 0.93 \text{ A/cm}^2$  から  $|J_y^{+0}| = 1.18 \text{ A/cm}^2$  に急増し、 $t =$

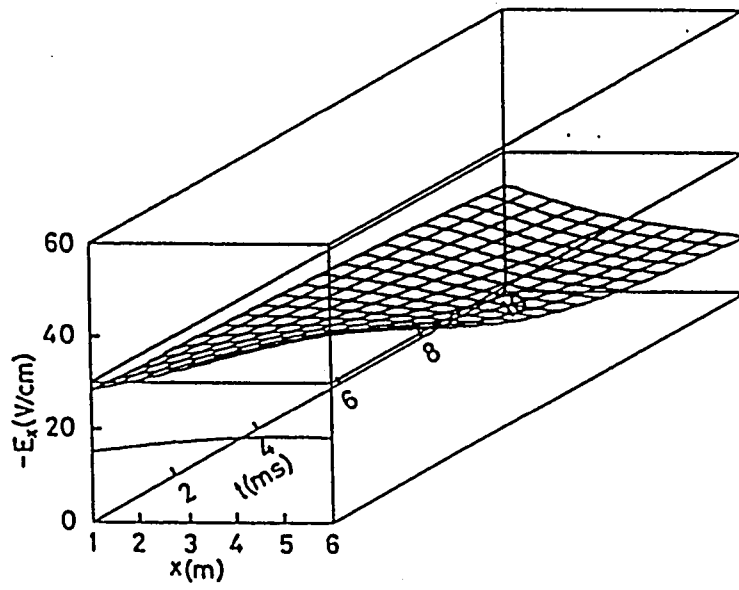


(a) 負荷開放時

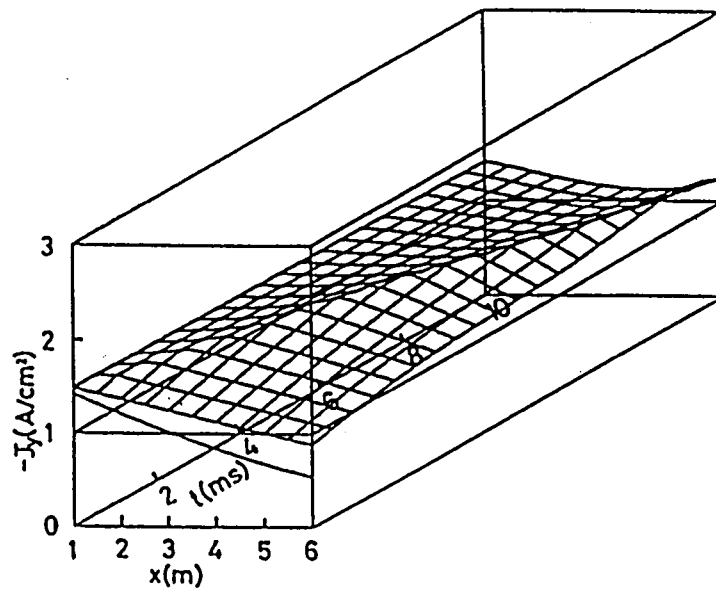


(b) 負荷短絡時

第3. 9図 流体力学および電気的諸量の時間的変化 ( $x = 3.5 \text{ m}$ )

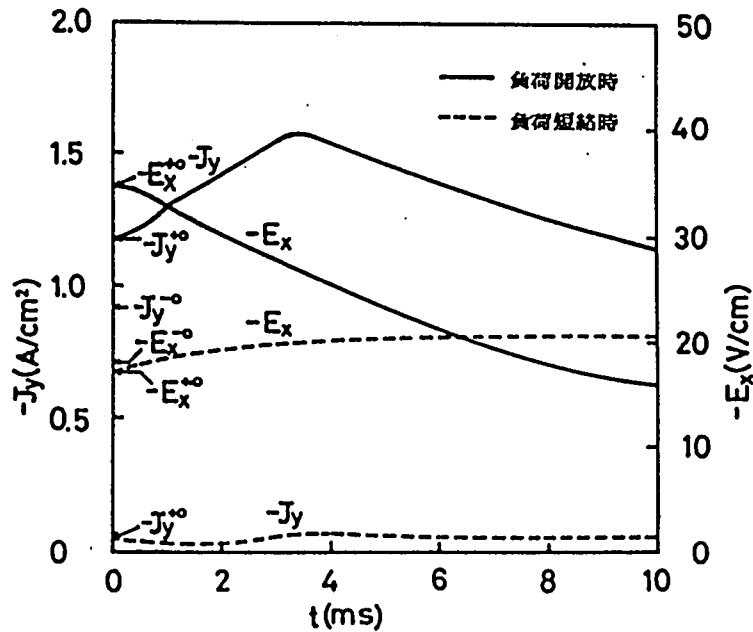


(a) ホール電界



(b) ファラデー電流密度

第3. 10図 負荷開放時のホール電界とファラデー電流密度の過渡分布



第3. 1 1 図 ホール電界とファラデー電流密度の時間的变化

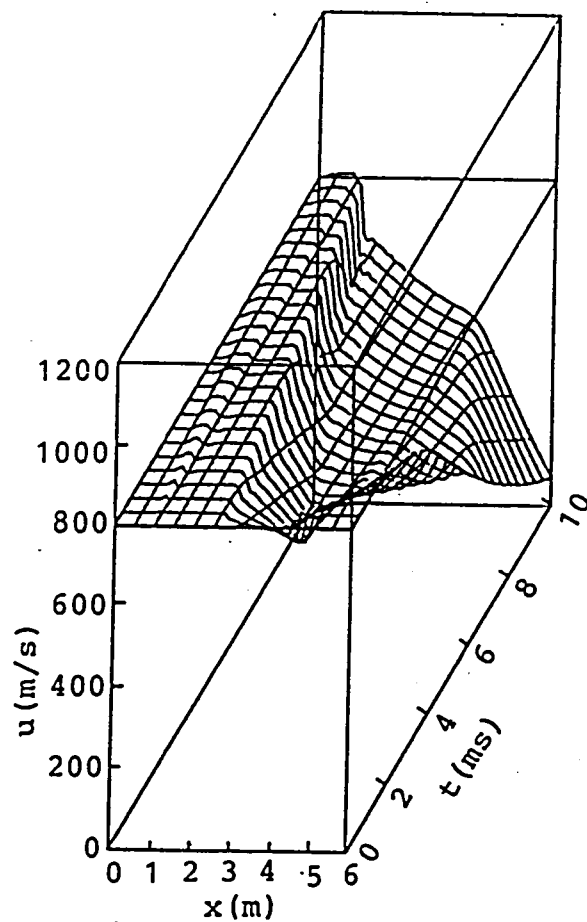
3.5 ms で最高値  $1.58 \text{ A/cm}^2$  まで上昇し、以後漸減する。一方、短絡時の  $E_x$ 、 $J_y$  はそれらの第1種初期値  $E_x^0$ 、 $J_y^0$  よりも絶対値が小さく、ほぼ一定の値となっている。

上述したように、負荷開放時において  $|E_x|$  および  $|J_y|$  が増大する。 $|E_x|$  の増大は隣接電極間の絶縁破壊および電極端での電流集中現象による電極消耗の増大を引き起こす可能性がある。さらに、 $|J_y|$  の増大も電極消耗の増大の要因となる。一方、短絡時には  $|E_x|$ 、 $|J_y|$  は減少するので、それほど問題は起こらないと考えられる。

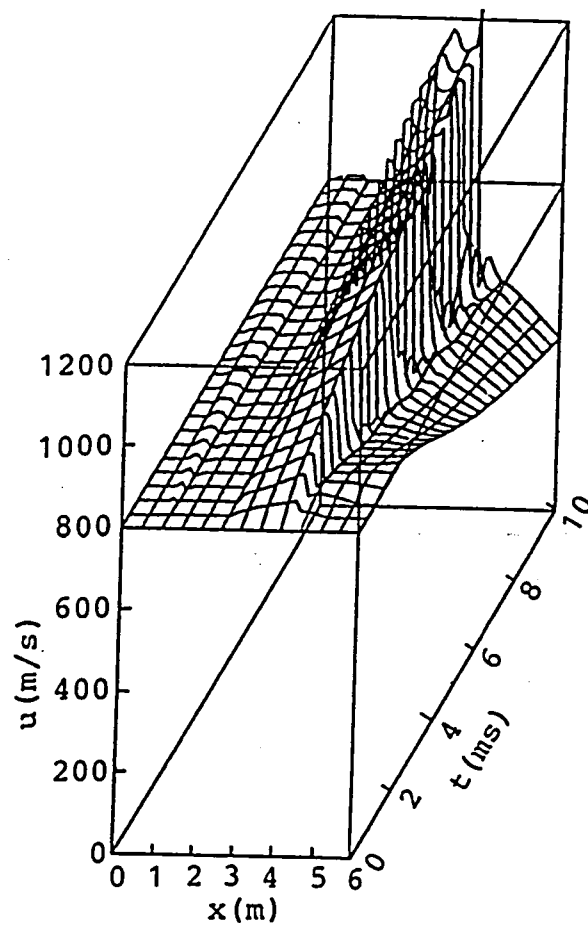
なお、流速特性が  $\phi = 45^\circ$  の場合と逆になる  $\phi = 15^\circ$  の場合には、負荷開放時において  $u$  が増加するため、 $E_x$  が過大となり、また短絡時には  $u$  が減少するため  $J_y$  が増加し、やはり絶縁破壊と電極消耗の点から問題になることが推測される。

#### 3. 4. 4 多負荷ダイアゴナル形発電機の過渡特性

これまでの解析では単一負荷のダイアゴナル形発電機の特性を取り扱ってきたが、発電機効率を向上させるため、第2. 2 図に示したような多負荷のダイアゴナル発電



(a) 負荷開放時



(b) 負荷短絡時

第3. 12図 3負荷中2番目負荷の負荷変化時の流速の過渡分布

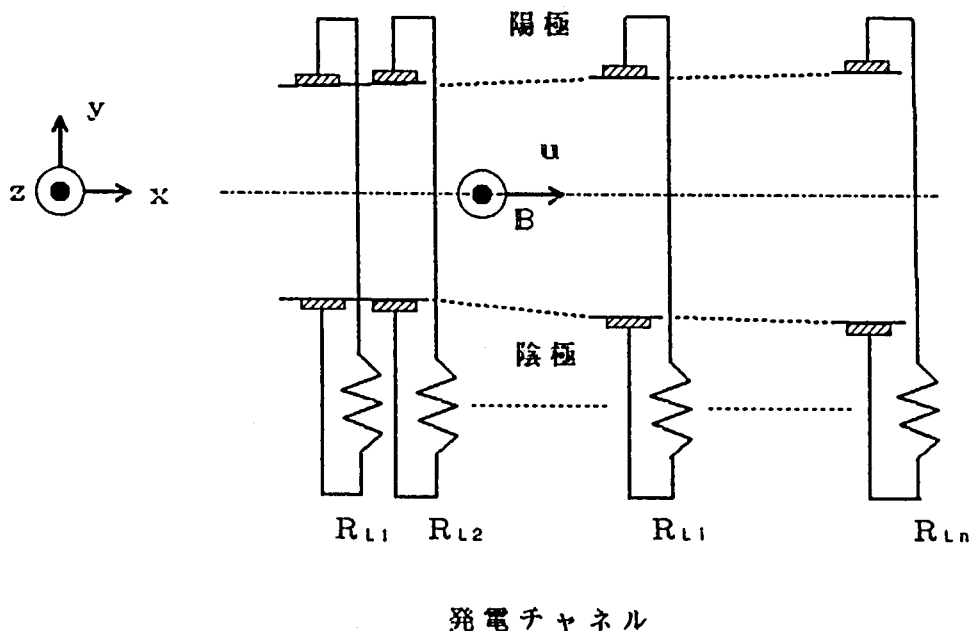


機が提案されている。本節では3負荷 ( $n = 3$ ) の場合を解析し、負荷の開放、短絡時の特性について考察を行う。発電機などの計算に用いた数値条件は第3. 4節の第3. 1表および第3. 2表に示した値に同じである。

第3. 12図 (a)、(b) はそれぞれ2番目負荷  $R_{L2}$  の開放および短絡時のMHD発電機内流速  $u$  の分布を、第3. 8図 (a) と同様3次元的に示す。負荷開放時には開放区間の  $u$  が減少し、下流部に大きな影響を与えている。一方、負荷短絡時には、故障区間に、 $u$  の増加による衝撃波が生じている。

### 3. 5 ダイアゴナル形とファラデー形発電機の過渡特性の比較

ファラデー形発電機は、第3. 13図に示すように、導電性の作動流体をその流れの方向と直角な方向をなす磁界中を直線的に流し、流体速度  $u$  の方向と印加磁束密度  $B$  の方向とに垂直な方向に誘導される起電力を対向する各分割陽極－陰極間に取り出す方式のもので、ファラデーの電磁誘導法則に沿ったものである。本節ではこのファラデー形の負荷開放および短絡時、また局所負荷開放、短絡時（発電チャネルの一部



第3. 13図 ファラデー形MHD発電機

の電極対間の負荷が開放または短絡される場合)における過渡特性を示すと共に、ダイアゴナル形の特性との比較検討を行う。

解析においては、ファラデー形発電機は理想的なものとし、ダイアゴナル形と同様、亜音速流定速度形チャンネルとする。ファラデー形はダイアゴナル形と同様、直線形チャンネルであるので電磁流体方程式は同一式となるため、第2章で導いたダイアゴナル形の解析式(2.10)～(2.15)を用いることができる。従って、数値計算に用いた近似式および計算過程はダイアゴナル形の場合と同じである。ただし、電氣的諸量は付録Ⅲに示す計算式によって求められる(6)。

計算に用いた数値条件はダイアゴナル角 $\phi$ を除きダイアゴナル形の場合と同じで第3.1表に示したものをを用いる。過渡解析における第1種初期値としては、発電チャンネルの全領域で局所負荷率が $K=0.5$ となるように、求められた発電機内の定常分布を用いる。

第3.14図(a)、(b)はそれぞれ、全負荷開放および短絡時のチャンネル内流速 $u$ の時間的、空間的变化を3次元的に示す。同図から、 $u$ は負荷開放時に増加し、短絡時に減少することが明かである。負荷開放時にはファラデー電流 $J_y=0$ となるため、電磁力 $|J_y B|=0$ となり、 $u$ は増加する。また、負荷短絡時には $|J_y|$ が増加するため、 $|J_y B|$ が増加し、 $u$ は減少することを示す。

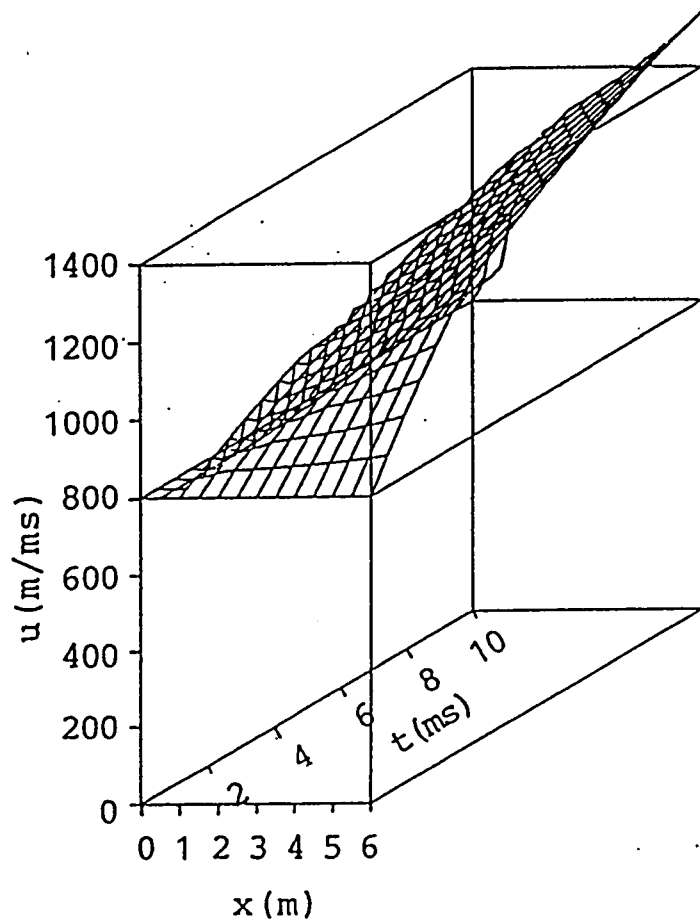
また第3.15図(a)、(b)はチャンネル中央部における局所的負荷開放および短絡時の流速 $u$ の変化を示す。ただし、その故障区間は $x=3.0\sim 3.5$  mの0.5 mとする。故障区間では、第3.15図に示した全負荷開放および短絡時と同様、 $u$ の増加および減少が生じ、また流速変動の上流および下流部への伝搬が見られる。また、負荷開放時には故障区間での $u$ の増加により、衝撃波が生じている。

ダイアゴナル形の場合と比較すると、ファラデー形の場合には、負荷開放または短絡時の流速変化が逆になっており、また、多負荷ダイアゴナル形の局所負荷開放時におけると同様ファラデー形の局所負荷開放時に衝撃波の発生がみられた。

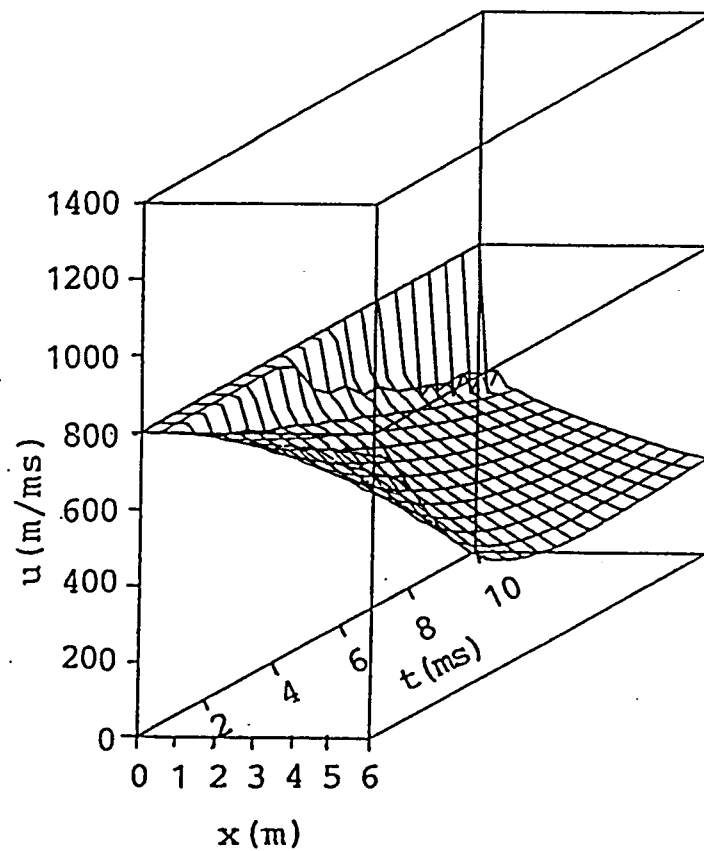
### 3.6 結言

以上、ダイアゴナル形MHD発電機に対し、第2章で導出した準1次元過渡解析法を適用して、種々数値計算を行い、次のような成果を得ることができた。

(1) 負荷開放および短絡故障時など負荷変化時の発電チャンネル内の流速および圧力変動の伝搬特性について検討し、速度波や圧力波の伝搬速度がそれぞれ、上流へ向

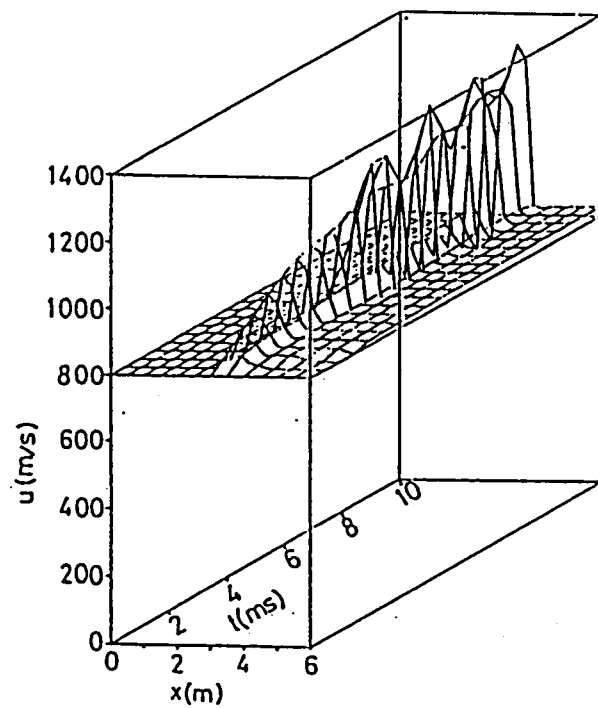


(a) 負荷開放時

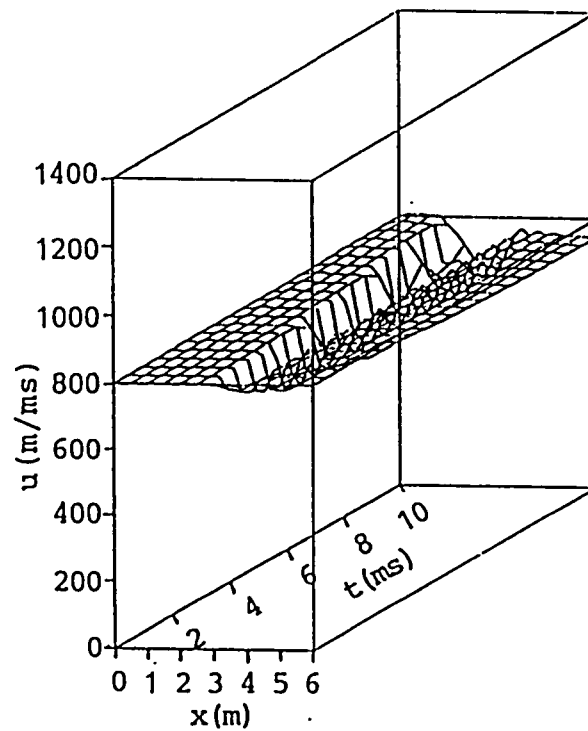


(b) 負荷短絡時

第3. 14図 ファラデー形発電機における負荷開放  
および短絡時の流速の過渡分布



(a) 局所負荷開放時



(b) 局所負荷短絡時

第3. 15図 ファラデー形発電機の局所負荷開放  
および短絡時の流速の過渡分布

かうとき  $u - a$ 、下流へ  $u + a$  であることを確かめた。また、負荷開放時に生じる温度  $T$ 、電流密度  $J_y$  などの変化が流速で下流へ伝搬すること、すなわち、MHD 発電機チャネル内においてもエントロピー波が存在し、流体力学的諸量の波は流体力学分野でよく知られているものと同じ速度で伝搬することを示した。ただし、 $u$  は流速、 $a$  は音速である。

(2) MHD 発電機の  $V - I$  特性において定常解析では得られないような衝撃波が存在する領域での特性を得ることが可能であることを示した。

(3) (1)、(2) によって本解析で用いた差分近似式による数値解析法の妥当性を確かめた。

(4) 負荷変化時の流速の過渡的变化は、ダイアゴナル角  $\phi$  とホールパラメータ  $\beta$  の大きさに関係し、 $\phi$  の比較的大きい発電機と小さいものでは、流速の増加および減少特性が互いに逆となることを見いだした。ここで、 $\beta$  は印加磁束密度  $B$  に比例するので、 $B = 4 \text{ T}$  のように  $B$  が比較的大きい場合には、負荷開放時に流速は減少し、逆に短絡時に増大することから、流速の過渡的变化は  $\beta$  の大きさに関係することが明らかである。なお、 $\phi$  が比較的大きく、 $\phi > 45^\circ$  の場合には、負荷開放時に流速は減少し、逆に短絡時に増大することを示すと共に、故障状態により発電機内の流体力学的諸量、電氣的諸量の特性が大きく異なることを示した。

(5) 負荷開放時に電界  $E_x$  とファラデー電流密度  $J_y$  が過大となることを示すと共に、このような故障は隣接電極間の絶縁破壊と電極消耗の点から問題となることを指摘した。

(6) 単一負荷ダイアゴナル形とファラデー形発電機の負荷急変時における過渡特性の比較を行い、ファラデー形は負荷開放時に流速が増大し、短絡時に減速するのに対し、ダイアゴナル形は、(4) で述べたように、流速変化がダイアゴナル角  $\phi$  に依存するなど、両者間に大きな相違があることを明らかにした。

(7) 多負荷ダイアゴナル形発電機の流速は局所負荷開放時に減少し、衝撃波は発生しないが、局所負荷短絡時には、ファラデー形の局所負荷開放時におけると同様、衝撃波が生じ易いことを示した。

## 第4章 外向き流ディスク形MHD発電機の過渡解析法

### 4. 1 緒言

第2および3章においては、ダイアゴナル形MHD発電機に対する非定常準1次元解析法の導出並びにそれによる解析の結果について詳細に述べた。その結果として、ダイアゴナル形発電チャンネル内における速度波の伝搬特性、ダイアゴナル角および磁束密度の影響、プラズマ不均一性や境界層損失項などの過渡流速に与える影響などを明らかにした。また、チャンネル内における流体力学的諸量や電氣的諸量の過渡分布を示し、隣接電極間絶縁破壊と電極消耗の問題についても論じた。さらに、ダイアゴナル形と同じく線形チャンネルをもつファラデー形発電機の過渡流速特性などについて比較検討を行った。

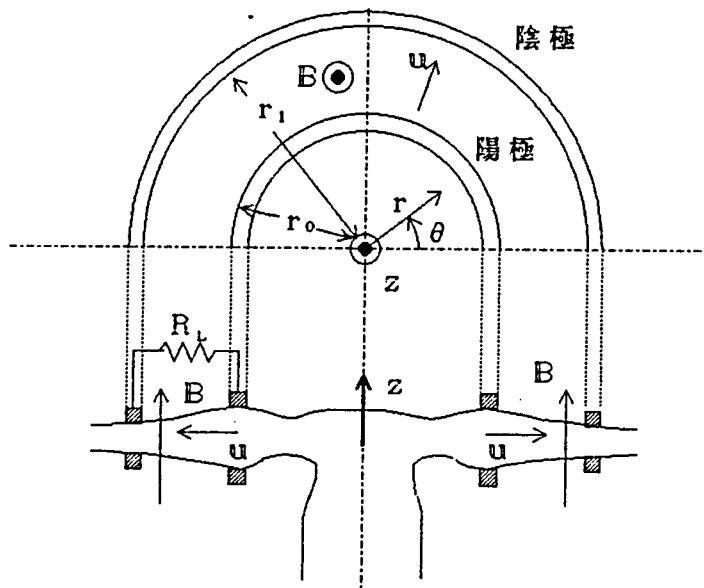
しがしながら、ディスク形MHD発電機についてはこれまでその定常特性の研究は種々なされているが(35),(44)、過渡特性の解析はなされていない。ディスク形チャンネルは側壁がないため、作動流体は2次元的に流れる。またディスク形は本質的にホール形であるが、流体にスワールを加えることにより、近似的にダイアゴナル形化することによって出力特性を向上させることが実験でも明らかにされている(36)。このようなディスク形の過渡特性はダイアゴナル形やファラデー形のような線形チャンネルの場合とかなり異なったものになることが予測される。従って、ディスク形MHD発電機の過渡特性を明らかにする必要がある。

以上にかんがみて、本章においては、オープンサイクル外向き流ディスク形発電機における諸過渡現象を非定常準1次元電磁流体理論によって数値解析する方法を提案している(40)~(43)。まず、第4. 2節ではディスク形MHD発電機の非定常準1次元解析を行なうための仮定に基づいて得られた作動流体に関する質量、運動量、エネルギーの3つの保存則、状態方程式、一般化されたオームの法則などの基礎方程式を示している。次に、衝撃波に対しても連続的な数値解を得るため、第4. 3節では前節で示した非定常準1次元電磁流体方程式を、質量密度、運動量、エネルギー密度という保存形変数を従属変数とした発展形偏微分方程式に書き改めている。第4. 4節では第4. 2節で示したディスク形発電機チャンネル内の電界、電流密度など電氣的諸量の計算法を示している。また、第4. 5節では第4. 3節で与えられた発展形偏微分方程式の差分近似による解析法、および得られた差分近似式を解く際に必要な初期条件と境界条件の処理法について述べる。さらに、第4. 6節では、差分近似式によ

る数値計算の手順をフローチャートを示し、その計算過程について述べる。

#### 4. 2 非定常準1次元基礎方程式

第4. 1図にディスク形MHD発電機の円筒座標系 $(r, \theta, z)$ 表示を示す。発電機はオープンサイクル外向き流ディスク形とする。同図において、 $r_0$ 、 $r_1$ はそれぞれ陽極および陰極半径、また $R_L$ は負荷抵抗である。作動流体はノズル部から流入し、放射状に発電チャネル部を広がり、流出するものとする。 $u$ はその流速、 $B$ は印加磁束密度で $z$ 方向に印加される。



第4. 1図 ディスク形MHD発電機

発電チャネル内の作動流体の過渡的振舞いについて準1次元解析を行うために、次の諸仮定を設ける。

(1) 作動流体は熱力学的平衡状態にあるものとし、電氣的に中性である。

(2) 発電チャネル内の現象は準1次元的である。すなわち、作動流体は非定常準1次元流で、流速 $u$ は $r$ 成分 $u_r$  および $\theta$ 成分 $u_\theta$ を有し、 $u = (u_r, u_\theta, 0)$ とする。また $u$ 、圧力 $p$ 、温度 $T$ などの流体力学的諸量は $r$ と時間 $t$ のみの関数である。

(3) 電界 $E$ および電流密度 $J$ はそれぞれ $r$ 、 $\theta$ 成分、 $E_r$ 、 $E_\theta$ ； $J_r$ 、 $J_\theta$ を持

ち、 $E = (E_r, E_\theta, 0)$  および  $J = (J_r, J_\theta, 0)$  とする。また印加磁束密度  $B = (0, 0, B) = \text{一定}$  とする。また作動流体の磁気レイノルズ数は小さいので誘導磁界を無視し、またイオンスリップも無視する。

(4) 流体の導電率  $\sigma$  およびホールパラメータ  $\beta$  はスカラー量である。

(5) チャネル入口や出口での端効果および端損失は無視できる。

まず、チャネル内での作動流体を支配する基礎方程式は、上記の諸仮定を適用すると、それぞれ次のような非定常準1次元電磁流体方程式で与えられる。すなわち、

質量密度の連続式

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{1}{A} \frac{\partial}{\partial r} (\rho u_r A) = 0 \quad (4.1)$$

運動方程式

r 成分:

$$\rho \frac{\partial u_r}{\partial t} + \rho u_r \frac{\partial u_r}{\partial r} = \frac{\rho u_\theta^2}{r} - \frac{\partial p}{\partial r} + J_\theta B \quad (4.2)$$

$\theta$  成分:

$$\rho \frac{\partial u_\theta}{\partial t} + \rho u_r \frac{\partial u_\theta}{\partial r} = - \frac{\rho u_r u_\theta}{r} - J_r B \quad (4.3)$$

エネルギー方程式

$$\rho \frac{\partial}{\partial t} \left( h + \frac{u^2}{2} \right) - \frac{\partial p}{\partial t} = - \rho u_r \frac{\partial}{\partial r} \left( h + \frac{u^2}{2} \right) + E_r J_r \quad (4.4)$$

状態方程式

$$p = \rho R T \quad (4.5)$$

ただし、

A: チャネルの断面積、

$\rho$ : 流体の質量密度、

h: エンタルピー: (5.3) 式参照、

R は気体定数: (5.4) 式参照



である。ただし、本解析においては、ディスク形発電機は理想発電機として取り扱い、境界層内での損失を無視している。

次に、燃焼ガスを作動流体とする電磁流体では、電子分圧の傾き、イオンスリップは無視できるため、一般化されたオームの法則は次式により表わされる。

$$r \text{ 成分: } J_r + \beta J_\theta = \sigma (E_r + u_\theta B) \quad (4.6)$$

$$\theta \text{ 成分: } -\beta J_r + J_\theta = \sigma (E_\theta - u_r B) \quad (4.7)$$

ただし、

$\sigma$ : プラズマの導電率; (5.1) 式参照、

$\beta$ : ホールパラメータ; (5.2) 式参照。

また電界と電流密度についてはディスク形の条件式が得られる。

$$E_\theta = 0 \quad (4.8)$$

$$J_r = I / A \quad (4.9)$$

ただし、 $I$  は発電機の実出力電流である。

#### 4. 3 電磁流体方程式の保存形変数による表示

第2. 3節と同様、保存形変数である質量密度  $\rho$ 、運動量の  $r$  成分  $m_r = \rho u_r$ 、 $\theta$  成分  $m_\theta = \rho u_\theta$ 、および全エネルギー密度  $\varepsilon = \rho (e + u^2/2)$  を新たな従属変数として導入する。ただし、 $e$  は内部エネルギーである。基礎方程式 (4.1) ~ (4.4) を  $\rho$ 、 $m_r$ 、 $m_\theta$ 、 $\varepsilon$  を従属変数として書き改め、行列形式で表わすと次のようになる。

$$\frac{\partial V}{\partial t} = - \frac{\partial F}{\partial r} + H \quad (4.10)$$

ただし、

$$V = \begin{bmatrix} \rho \\ m_r \\ m_\theta \\ \varepsilon \end{bmatrix}, \quad F = \begin{bmatrix} m_r \\ m_r^2 / \rho + p \\ m_r m_\theta / \rho \\ m_r (\varepsilon + p) / \rho \end{bmatrix},$$

$$H = -H_1 + H_2 + H_3$$

$$H_1 = \frac{1}{A} \frac{\partial A}{\partial r} \begin{bmatrix} m_r \\ m_r^2 / \rho \\ m_r m_\theta / \rho \\ m_r (\varepsilon + p) / \rho \end{bmatrix},$$

$$H_2 = \frac{1}{r} \begin{bmatrix} 0 \\ m_\theta^2 / \rho \\ -m_r m_\theta / \rho \\ 0 \end{bmatrix}, \quad H_3 = \begin{bmatrix} 0 \\ J_\theta B \\ -J_r B \\ J_r E_r \end{bmatrix} \quad (4.11)$$

発電チャネル内の  $p$ 、 $T$ 、 $u_r$ 、 $u_\theta$  は、保存形変数である  $\rho$ 、 $m_r$ 、 $m_\theta$ 、 $\varepsilon$  から次式により求められる。

$$p = \rho R T \quad (4.12)$$

$$u_r = \frac{m_r}{\rho}, \quad u_\theta = \frac{m_\theta}{\rho} \quad (4.13)$$

$$T = \frac{1}{C_v \rho} \left( \varepsilon - \rho \frac{u_r^2 + u_\theta^2}{2} \right) \quad (4.14)$$

ただし、

$$C_v = \frac{\partial e}{\partial T} = \frac{\partial h}{\partial T} - \frac{\partial}{\partial T} (R T) \quad (4.15)$$

ここで、 $C_v$  は定積比熱である。

#### 4. 4 電気的諸量の計算法

本節では、ディスク形 MHD 発電機内の電気的諸量の計算法について述べる。まず、(4.6) ~ (4.9) 式より、 $E_r$ 、 $E_\theta$ 、 $J_r$  および  $J_\theta$  は電流  $I$  の関数として、それぞれ次式により与えられる。

$$E_r = -(\beta + s) u_r B + \frac{(1 + \beta^2) I}{\sigma A} \quad (4.16)$$

$$E_\theta = 0 \quad (4.17)$$

$$J_r = I / A(r) \quad (4.18)$$

$$J_\theta = -\sigma u_r B + \beta I / A \quad (4.19)$$

ただし、 $s$  は次式によって定義されるスワール比である。

$$s = u_\theta / u_r \quad (4.20)$$

また、ディスク形発電機の実出力電圧  $V = V(t)$  は (4.16) 式より、

$$V = - \int_{r_0}^{r_1} E_r dr = V_\theta - R_i I \quad (4.21)$$

ただし、 $V_\theta$  は誘導起電力（無負荷出力電圧）、 $R_i$  は内部抵抗、 $r_0$  はチャネル入口半径、 $r_1$  はチャネル出口半径であり、 $V_\theta$ 、 $R_i$  は次式によって求められる。

$$V_\theta = \int_{r_0}^{r_1} (\beta + s) u_r B dr \quad (4.22)$$

$$R_i = \int_{r_0}^{r_1} \frac{(1 + \beta^2) I}{\sigma A} dr \quad (4.23)$$

また、短絡電流  $I_s$ 、負荷抵抗  $R_L$ 、全負荷率  $K_t$ 、出力  $P_w$ 、はそれぞれ次式によって求められる。

$$I_s = V_\theta / R_i \quad (4.24)$$

$$R_L = V / I \quad (2.25)$$

$$K_t = V / V_\theta \quad (4.26)$$

$$P_w = \int_{r_0}^{r_1} E_r J_r dr = V_0 I - R_1 I^2 \quad (4.27)$$

#### 4. 5 基礎方程式の数値解析法

##### 4. 5. 1 基礎方程式の差分近似

第2. 5節におけると同様、発展形基礎方程式(4.10)の数値解析には予測-修正2段階差分近似のMacCormack法(32)を用いる。

まず、 $r$ 、 $t$ 軸の刻み幅をそれぞれ $\Delta r$ 、 $\Delta t$ 、ある点の空間、時間の座標をそれぞれ $r = r_0 + j \Delta r$  ( $j = 0, 1, 2, \dots$ )、 $t = k \Delta t$  ( $k = 0, 1, 2, \dots$ )とすると、状態量 $V$ は

$$\begin{aligned} V &= V(r, t) = V(r_0 + j \Delta r, k \Delta t) \\ &\equiv V_j^k; \quad j, k = 0, 1, 2, \dots \end{aligned} \quad (4.28)$$

で表わされる。これより、 $\Delta r$ だけ進んだ点の状態量は $V_{j+1}^k$ 、また $\Delta t$ だけ進んだ点の状態量は $V_j^{k+1}$ で表わすことができる。

そこで、(4.10)式より、(2.40)、(2.41)式を導いたと同様にして、次の差分式が得られる。

予測ステップ:

$$\tilde{V}_j^{k+1} = V_j^k - \frac{\Delta t}{\Delta r} (F_{j+1}^k - F_j^k) + \Delta t H_j^k \quad (4.29)$$

修正ステップ:

$$V_j^{k+1} = \frac{1}{2} \left\{ V_j^k + \tilde{V}_j^{k+1} - \frac{\Delta t}{\Delta x} (F_j^{k+1} - F_{j-1}^{k+1}) \right\} + \Delta t H_j^{k+1} \quad (4.30)$$

上記差分近似式による数値解析においては、解の安定のためCFL条件式(付12)を満足するように $\Delta r$ と $\Delta t$ を決定することが必要である。

#### 4. 5. 2 初期条件と境界条件

差分近似式 (4.29)、(4.30) を解くに必要な初期条件および第 4. 1 図の発電チャネルの上流境界と下流境界での境界条件について述べる。

まず、初期条件は、MHD 発電チャネル内の物理的諸量の定常分布により与える。この定常分布は、準 1 次元非定常電磁流体方程式 (4.1) ~ (4.4) において、時間  $t$  に関する偏微分項 ( $\partial / \partial t$ ) を省略した次の定常準 1 次元方程式を解くことにより求められる。

$$\rho u_r A(r) = m_0 \quad (4.31)$$

$$\frac{dp}{dr} = \frac{\rho u_\theta^2}{r} - \rho u_r \frac{du_r}{dr} + J_\theta B \quad (4.32)$$

$$\frac{du_\theta}{dr} = -\frac{u_\theta}{r} - \frac{J_r B}{\rho u_r} \quad (4.33)$$

$$\frac{dh}{dr} = \frac{J_r E_r}{\rho u_r} - u_\theta \frac{du_\theta}{dr} - u_r \frac{du_r}{dr} \quad (4.34)$$

ただし、 $m_0$  は質量流量である。

解析は亜音速流定速形チャネルおよび超音速流定マッハ形チャネルについて行うため、(4.31) ~ (4.34) 式に対し、それぞれ次の条件式を与える。

$$u_r = \text{一定} \quad : \text{定速形} \quad (4.35)$$

$$M^2 = \frac{u_r^2 + u_\theta^2}{\gamma R T} = \text{一定} \quad : \text{定マッハ形} \quad (4.36)$$

ただし、 $M$  はマッハ数である。

第 5. 2 節に示す発電機の数値条件 (チャネル入口での流体条件、チャネルサイズ、印加磁束密度、出力電流など) を与え、得られた発電チャネル内の流速、圧力、温度のような流体力学的諸量、電界、電流密度などの電氣的諸量の定常分布を過渡解析を行うための初期条件、すなわち、差分近似式 (4.29)、(4.30) を解く際の初期値として与えるものとする。なお、(4.31) ~ (4.34) 式および (4.35) 式または (4.36) 式の連立常微分方程式は Runge-Kutta-Gill 法により解かれる。

また、得られた流体の定常圧力  $p = p(r)$ 、温度  $T = T(r)$ 、流速  $u_r = u_r(r)$ 、 $u_\theta = u_\theta(r)$  から  $p$ 、 $T$ 、 $u_r$ 、 $u_\theta$  と  $\rho$ 、 $m_r$ 、 $m_\theta$ 、 $\varepsilon$  間の関係式 (4.12) ~ (4.15) を用いて、定常状態量  $V = V_0(r) = [\rho \ m_r \ m_\theta \ \varepsilon]^T$  を求め、次のように初期値  $V(r, 0)$  を与える。

$$V(r, 0) = V_0(r) = [\rho \ m_r \ m_\theta \ \varepsilon]^T \quad (4.37)$$

ただし、添字  $T$  は転置行列を示す。

次に、境界条件は、以下のように与える。チャネル入口部の  $\rho$ 、 $m_r$ 、 $m_\theta$ 、 $\varepsilon$  は燃焼器からの流出量であり、燃焼器での燃焼状態の変化を考えない場合には、チャネル入口部の流体力学的諸量は一定としてよい。従って、上流境界 ( $r = r_0$ ) では、流体力学的諸量の時間的变化はなく、一定とする。すなわち  $V$  に関して

$$V(r_0, t) = \text{一定} \quad (4.38)$$

下流境界、すなわち発電チャネル出口での流体力学的諸量は上流からの影響を直接受けるので、物理的に考えて多様な境界条件が考えられる。保存形変数  $\rho$ 、 $m_r$ 、 $m_\theta$ 、 $\varepsilon$ 、または、非保存形変数  $p$ 、 $u_r$ 、 $u_\theta$ 、 $T$  の下流境界における値は、2. 5. 2 項でも述べたように、境界近傍での各変数の  $r$  方向の勾配を用いる直線外挿近似により求められる。本論文では、下流境界 ( $r = r_1$ ) で  $t = t + \Delta t$  における  $V = V(r_1, t + \Delta t)$  を、 $r = r_1 - 2\Delta r$  で  $t = t$  における  $V = V(r_1 - 2\Delta r, t)$  の  $r$  方向の勾配を用いる次の直線外挿近似式

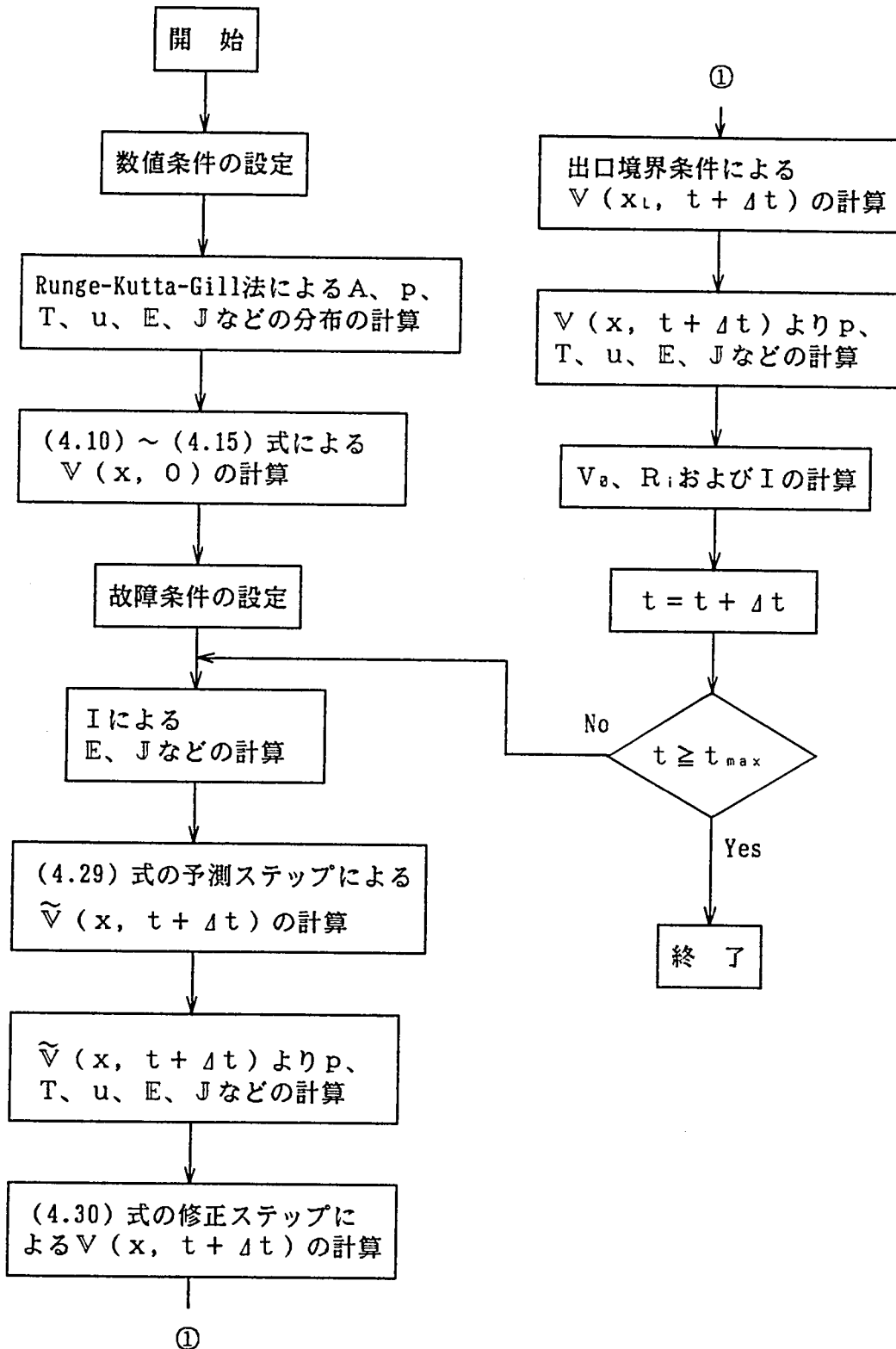
$$V(r_1, t + \Delta t) = V(r_1 - \Delta r, t) + \frac{\partial V(r_1 - 2\Delta r, t)}{\partial r} \Delta r \quad (4.39)$$

によって求める。

#### 4. 5. 3 数値計算過程

数値解析に用いた計算のフローチャートを第 4. 2 図に示す。数値計算の過程は次の通りである。

(1) 発電チャネル入口での流体の圧力、温度、流速などの流体力学的条件、チャネル長、印加磁束密度、出力電流など (第 5. 1 表参照) を与える。



第4. 2図 数値計算のフローチャート

(2) (4.31) ~ (4.36) 式に示した連立常微分方程式を(1)の条件のもとに、Runge-Kutta-Gill 法により解き、チャンネル断面積  $A$ 、流体力学的諸量  $p$ 、 $T$ 、 $u$ 、電氣的諸量  $E$ 、 $J$  などの分布を求める。

(3) (2) において求められた流体力学的諸量から (4.10) ~ (2.15) 式により、初期値  $V(r, 0)$  を算出する。

(4) 故障条件(負荷解放、負荷短絡など)を与える。

(5) 故障条件から与えられる出力電流  $I$  を用いて (4.16) ~ (4.19) 式によりチャンネル内の  $E$ 、 $J$  を求める。

(6) (4.29) 式により予測ステップの計算を行い、 $\tilde{V}_j^{k+1} = \tilde{V}(r, t + \Delta t)$  を求める。

(7)  $\tilde{V}(r, t + \Delta t)$  よりチャンネル内の  $p$ 、 $T$ 、 $u$  を求める。またそれらの値より  $E$ 、 $J$  を求める。

(8) (4.30) 式により修正ステップの計算を行い、 $V_j^{k+1} = V(r, t + \Delta t)$  を求める。

(9) (4.39) 式の下流境界条件により  $V(r_i, t + \Delta t)$  を求める。

(10)  $V(r, t + \Delta t)$  よりチャンネル内の  $p$ 、 $T$ 、 $u$  を求める。またそれらの値より  $E$ 、 $J$  を求める。

(11)  $V_0$ 、 $R_i$  および  $I$  を計算する。

(12)  $t = t + \Delta t$  が  $t_{max}$  を越えていれば計算を終了し、そうでなければ(5)へ戻り計算を繰り返す。ただし、 $t_{max}$  は計算打ち切り時間である。

#### 4. 6 結言

以上、本章においては、ディスク形 MHD 発電機における過渡現象を非定常準 1 次元理論により取り扱い、数値解析を行う方法を提案した。得られた主な成果は次の通りである。

(1) 発電チャンネル内の流体力学的諸量および電氣的諸量の過渡的振舞について円筒座標系での理論解析を行うため、非保存形変数(圧力、温度、流速)を変数とする非定常準 1 次元電磁流体方程式から保存形変数(質量密度、運動量、全エネルギー密度)を従属変数とする行列表示の発展形偏微分方程式を導出した。

(2) 発電機チャンネル内における電氣的諸量の計算法を一般化されたオームの法則およびディスク形の条件式から導出した。



(3)(1)で導出した発展形偏微分方程式に対して前進、後退差分を交互に適用する2段階差分近似解法(MacCormack 法)により、差分方程式を導出した。

(4)(3)で導出した差分方程式の数値解を求めるのに必要な初期条件および上流、下流境界での境界条件の与え方を示した。

(5)本数値解析法を用いて非定常準1次元解析を行うための計算過程およびそのフローチャートを示した。

## 第5章 外向き流ディスク形MHD発電機の過渡特性

### 5. 1 緒言

前章で述べたように、ディスク形発電機についてはこれまでその定常特性の研究は種々なされているが、過渡特性の研究は行われていない。ディスク形発電機は、構造上側壁がなく、また、ファラデー形やダイアゴナル形発電機の直線形チャネルのように分割電極を必要としないため、電界の強さや電流密度に関して制約が少なく、構造が簡単であるなどの利点を持っている。しかし、本質的にはホール形の発電機であるため、ホール係数が5程度以下の場合には、出力特性が低下する。そこで、ディスク形発電機の作動流体にスワールを加えることによって近似的にダイアゴナル形化し、出力特性を向上させることが提案され(1),(35)、またその特性の向上は実験によっても確かめられている(36)。

また、第2章、第3章で述べたように、本来直流機であるMHD発電機においても、負荷変動、故障発生など外部条件の急変時には種々の注目すべき過渡現象が生じるので、MHD発電機の設計、運転、制御方法などを検討する上に、ダイアゴナル形やファラデー形のみならずディスク形についてもその過渡特性を十分に把握しておくことが是非とも必要である。しかしながら、上述したようにディスク形発電機の過渡特性の解析については、これまで報告がなされていない。

以上にかんがみて、本章においては、これまで明らかにされていないオープンサイクル外向き流ディスク形MHD発電機の過渡特性を第4章にて提案した解析法を用いて詳細に検討する(40)~(43)。まず、第5. 2節では解析対象とした定速度(流速 $u$ の $r$ 成分 $u_r = \text{一定}$ )形亜音速流および定マッハ数形超音速流発電機に関する数値条件を示す。第5. 3節では負荷が開放または短絡された場合の亜音速流および超音速流発電機における作動流体の流速、電界、電流密度などの時間的な変化について比較検討を行っている。また、第5. 4節では、ディスク形の過渡特性とダイアゴナル形およびファラデー形のそれとの比較を行っている。

### 5. 2 数値条件

第3章のダイアゴナル形MHD発電機と同様、作動流体としてカリウムを1 wt% シードした重油燃焼ガスを用いる。その導電率 $\sigma$ 、ホールパラメータ $\beta$ 、ガス定数 $R$ およびエンタルピー $h$ は、既に(3.1)~(3.4)式で示したものと同一の次式

$$\sigma = 88.9 p^{-0.51} T^{1.055} \exp(-T_i/T) \quad (\text{S/m}) \quad (5.1)$$

$$\beta = 4.43 \times 10^{-4} p^{-0.99} T^{0.97} B \quad (5.2)$$

$$R = 249.1 + 0.0187 T \quad (\text{J/kg} \cdot \text{K}) \quad (5.3)$$

$$h = -3.34 \times 10^6 + 2804 T \quad (\text{J/kg}) \quad (5.4)$$

を用いる。

#### 第5. 1表 ディスク形発電機の計算に用いた数値条件

##### (a) 定速度形亜音速流発電チャンネル

入口圧力	$p_0 = 3.3 \text{ atm}$	入口チャンネル半径	$r_0 = 0.5 \text{ m}$
入口温度	$T_0 = 2700 \text{ K}$	出口チャンネル半径	$r_1 = 1.5 \text{ m}$
入口速度	$u_{r0} = 700 \text{ m/s}$	入口チャンネル高さ	$z_h = 0.2 \text{ m}$
質量流量	$m_0 = 181.8 \text{ kg/s}$	ノズル長	$r_N = 0.2 \text{ m}$
印加磁束密度	$B = 4 \text{ T}$	入口スワール比	$s = -1.0 \sim 1.5$

##### (b) 定マッハ数形超音速流発電チャンネル

入口圧力	$p_0 = 2.5 \text{ atm}$	入口チャンネル半径	$r_0 = 0.5 \text{ m}$
入口温度	$T_0 = 2300 \text{ K}$	出口チャンネル半径	$r_1 = 1.5 \text{ m}$
入口マッハ数	$M_0 = 1.5$	入口チャンネル高さ	$z_h = 0.2 \text{ m}$
質量流量	$m_0 = 227.6 \text{ kg/s}$	ノズル長	$r_N = 0.2 \text{ m}$
印加磁束密度	$B = 4 \text{ T}$	入口スワール比	$s = -1.0 \sim 1.5$

計算に用いた発電チャンネル入口における流体力学的諸量やチャンネルサイズなどの数値条件を第4. 1表(a)、(b)に示す。同表(a)は定速度形亜音速流チャンネル

に対する条件であり、同表（b）は定マッハ数形超音速流チャネルに対するものである。そして初期条件としては、同表に掲げた数値条件のもとで負荷率が $K_t = 0.5$ におけるチャネル内諸量の定常値を用いる。

いずれのチャネルに対しても、外部負荷が開放（ $K_t = 1$ ）または短絡（ $K_t = 0$ ）された場合における過渡特性について検討を行う。また、ダイアゴナル形の場合と同様、負荷開放時および負荷短絡時の電流はそれぞれ $I = 0$  および  $I = I_s = V_0 / R_t$  によって与えられる。

解析における  $\Delta r$  および  $\Delta t$  の値は、CFL条件式（付12）を満足するように、それぞれ、 $\Delta r = 0.05 \text{ m}$  および  $\Delta t = 20 \text{ } \mu\text{s}$  としている。

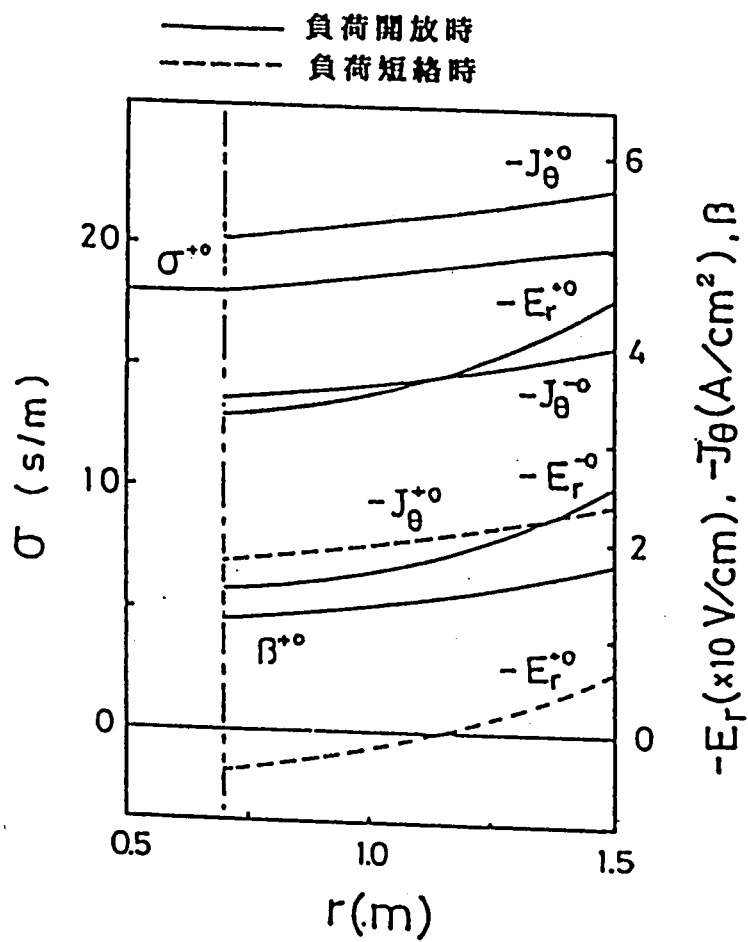
### 5. 3 発電機の過渡特性

#### 5. 3. 1 亜音速流発電機

第3章で述べたように亜音速流発電チャネルにおいては、チャネルの上流部から下流部への流体力学的諸量の伝搬に加え、下流部から上流部への進行波が存在するが、その伝搬速度は流速に比べて非常に小さい。従って、負荷変化時のチャネル内諸量の定常値への収束時間は非常に長いと考えられる。本論文ではディフューザからの反射波のような上流への進行波が到達するまでの計算時間内での解析を行うものとする。

第5. 1 図は電界の  $r$  成分  $E_r$ 、電流密度の  $\theta$  成分  $J_\theta$ 、導電率  $\sigma$ 、およびホールパラメータ  $\beta$  の初期分布を示す。同図において、 $\sigma$  および  $\beta$  は圧力  $p$  と温度  $T$  の関数であるので、ダイアゴナル形の場合と同様、また  $p$ 、 $T$  と同様、電氣的諸量の変化速度に比べて、その変化は非常に遅いと考えられる。従って、 $\sigma^0 = \sigma^{-0} = \sigma^{+0}$ 、 $\beta^0 = \beta^{-0} = \beta^{+0}$  とする。図からわかるように、負荷急変直前の電界の  $r$  成分  $E_{r^{+0}} = -14 \sim -26 \text{ V/cm}$  であるが、負荷開放直後には約2倍の  $E_{r^{+0}} = -34 \sim -45 \text{ V/cm}$  となり、大きな電界が発生する。一方、負荷短絡直後は  $E_{r^{+0}} = 4.5 \sim 7.0 \text{ V/cm}$  でかなり小さい値となる。また、定常時に  $J_{\theta^{-0}} = -3.4 \sim -4.0 \text{ A/cm}^2$  であるのに対し、負荷開放時には約0.5倍の  $J_{\theta^{+0}} = -1.7 \sim -2.3 \text{ A/cm}^2$  となる。従って、負荷開放時の  $E_r$  と  $J_\theta$  は定常時のそれらの値よりもかなり大きな値となるが、短絡時には小さくなることが示される。このような負荷変化時の電氣的諸量の急変が流体力学的諸量の過渡変化の要因となる。

第5. 2 図（a）、（b）はそれぞれ負荷を開放および短絡した場合の速度の  $r$  成分  $u_r$  に及ぼす入口スワール比  $s$  の影響を表わす。ただし、 $u_r$  は発電チャネル中央部



第5. 1 図 電氣的諸量の初期分布

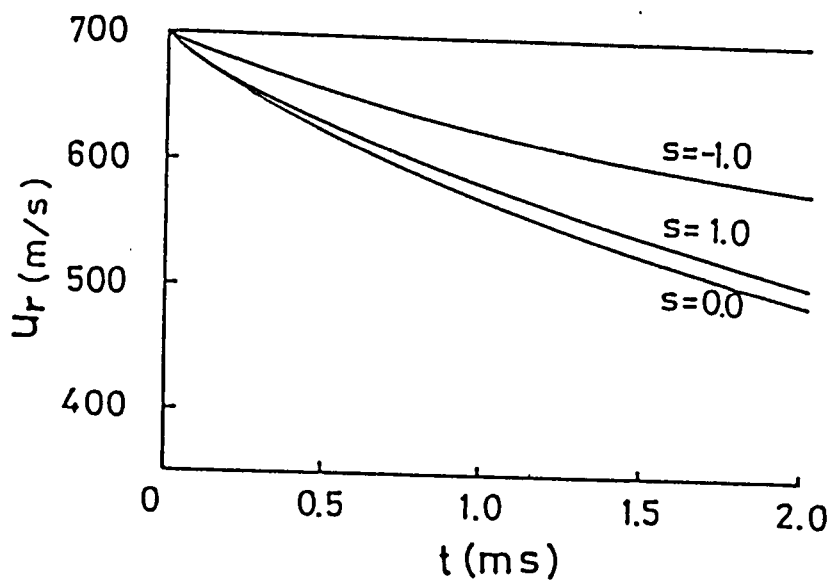
$r = 1.1 \text{ m}$  における値である。同図から  $u_r$  は負荷開放時に減少し、負荷短絡時には増加することがわかる。 $u_r$  の初期値からの変化は  $s = 0$  の場合、負荷開放および負荷短絡いずれにおいても、 $t = 2 \text{ ms}$  時にほぼ  $u_r = 200 \text{ m/s}$  となるが、短絡時のほうがその変化が少し大きい。また、 $s = 1.0, -1.0$  のようにその絶対値が大きい場合には、 $u_r$  の変化は小さい。これは、 $s$  の絶対値が大きくなると  $J_\theta$  の変化の割合が第 5. 1 図に示した  $s = 0$  の場合よりも小さくなるため、電磁力  $J_\theta B$  の変化が流体に与える影響が小さくなるためである。

第 5. 3 図は  $s = 0$  の場合の負荷開放時の  $u_r$  の空間的ならびに時間的变化を表わす。負荷開放時には電磁力  $|J_\theta B|$  が増大するため、 $u_r$  は低下するが、この電磁力は下流部ほど増加割合が大きく、 $u_r$  は下流部ほど低下することになる。また、負荷短絡時には  $u_r$  は増加するが、負荷開放、短絡いずれの場合にも、チャンネル全体において滑らかな減速および加速特性になっている。

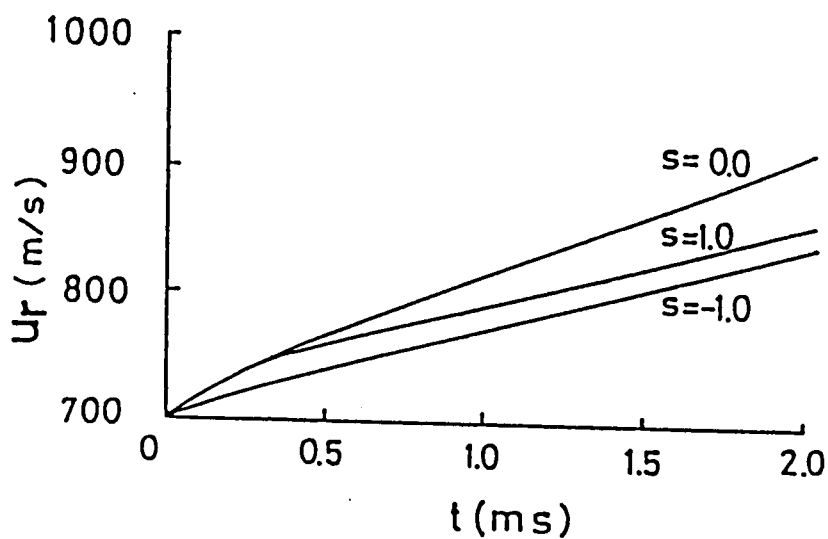
第 3. 4 節に示したダイアゴナル形発電機における速度の過渡特性と比較すると、ディスク形も同様に、負荷開放時に減速、負荷短絡時に加速特性を有することになる。

第 5. 4 図 (a)、(b) は入口スワール比  $s = 0$  の場合の負荷開放および負荷短絡時の速度の  $\theta$  成分  $u_\theta$  の  $r$  方向における分布の時間的变化を示す。負荷開放時には、電磁力  $J_r B = 0$  となるため、 $u_\theta$  は負の状態から増加し、チャンネル内全体にわたって  $u_\theta = 0$  となる。一方、負荷短絡時には  $|J_r B|$  は増加するため  $u_\theta$  は更に負の方向へ向けられる。これらの  $u_\theta$  はいずれも  $t = 2 \text{ ms}$  以内に定常値に達している。このように、 $s$  が大きいほど  $u_\theta$  の定常値への到達は速く、 $s = 0.5$  の場合に  $t = 1.5 \text{ ms}$ 、 $s = 1.0$  の場合に  $t = 1.0 \text{ ms}$  で到達した。また、 $u_\theta$  は上流部から定常値に到達し、その到達は漸次下流部へ伝達される。

第 5. 5 図 (a)、(b) は  $s = 0$  の場合の負荷開放時の電界の  $r$  成分  $E_r$  および電流密度の  $\theta$  成分  $J_\theta$  の空間的ならびに時間的变化を第 5. 3 図と同様に示す。同図 (a) において、 $E_r$  は負荷開放直後 ( $t = +0$ ) に最大となり、以後降下している。チャンネル中央部  $r = 1.1 \text{ m}$  での電界は、定常値  $E_r^{-0} = -17.9 \text{ V/cm}$  から、負荷開放直後に約 2 倍の値である  $E_r^{+0} = -36.3 \text{ V/cm}$  まで急変し、時間の経過と共に  $E_r$  は漸減している。これは起電力  $u_r B$  が負荷開放後減少するためである。また、同図 (b) において、電流の  $\theta$  成分  $J_\theta$  はチャンネル中央部で定常値  $J_\theta^{-0} = -3.7 \text{ A/cm}^2$  から負荷開放直後に約 1.4 倍の値  $J_\theta^{+0} = -5.3 \text{ A/cm}^2$  に急変後、 $t = 0.6 \text{ ms}$  で最大値  $J_\theta = -5.6 \text{ A/cm}^2$  まで上昇する。この  $J_\theta$  の最大値はチャンネルの下流方向へ約  $700 \text{ m/s}$

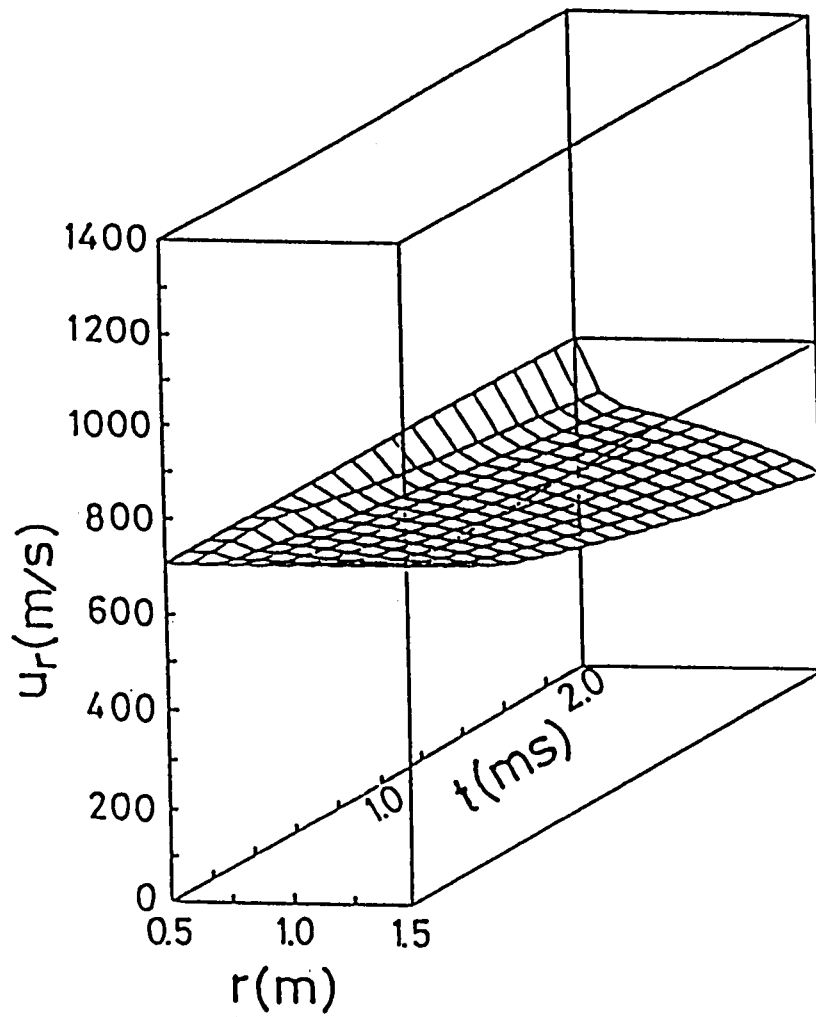


( a ) 負荷開放時



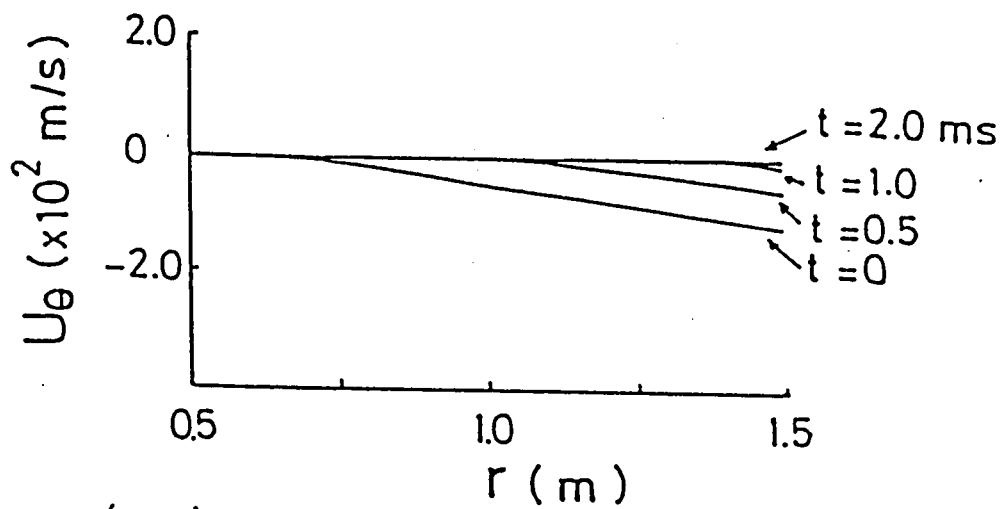
( b ) 負荷短絡時

第5. 2図 負荷変化時の過渡流速のr成分に及ぼす  
入口スワール比の影響 (r=1.1m)

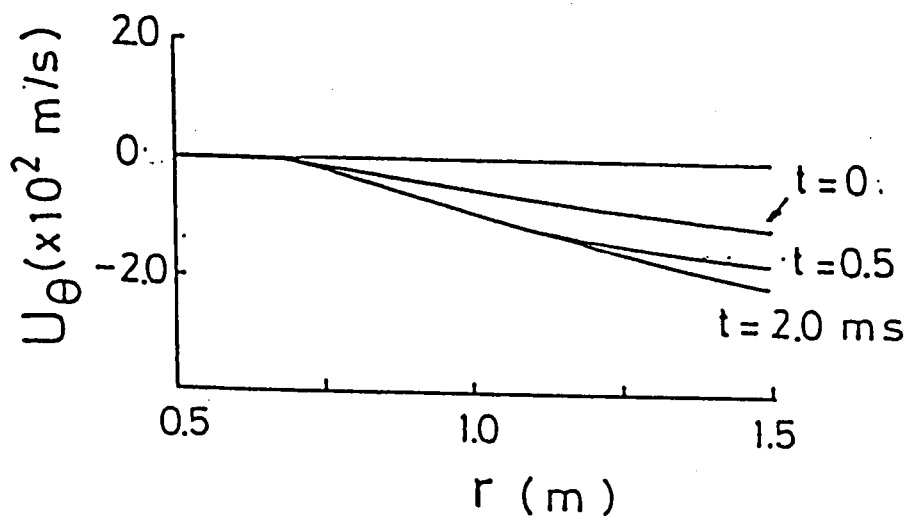


第5. 3図 負荷開放時の流速の $r$ 成分の過渡分布  
(入口スワール比  $s = 0$ )



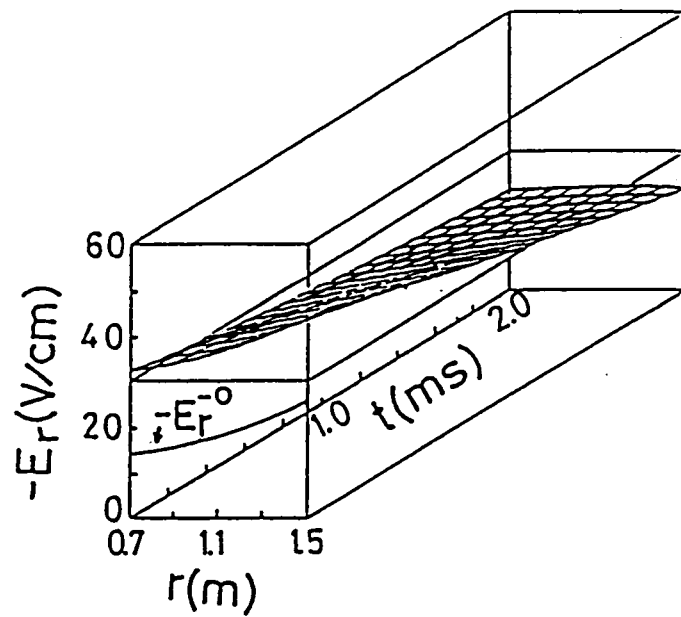


( a ) 負荷開放時

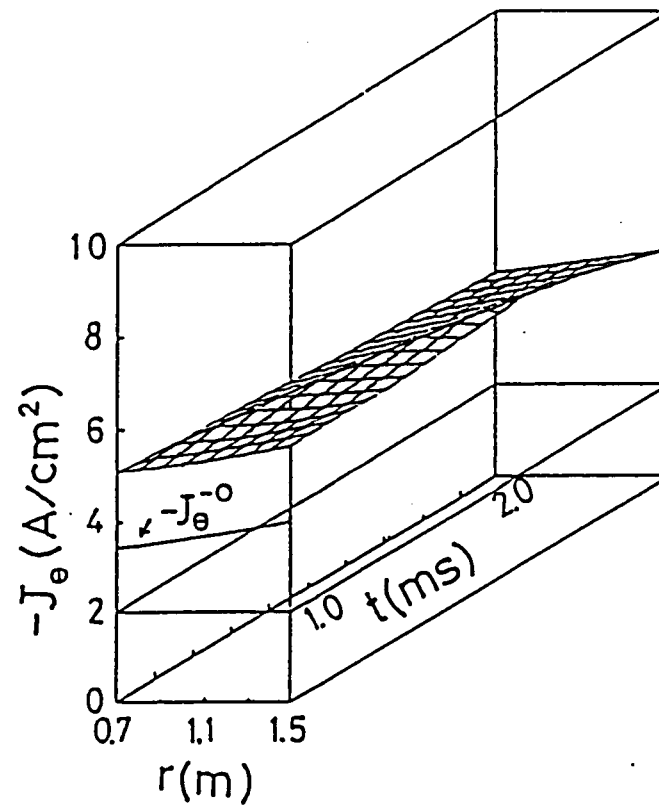


( b ) 負荷短絡時

第5. 4図 負荷変化時の速度の $\theta$ 成分の $r$ 方向における分布の時間的变化 (入口スワール比 $s = 0$ )

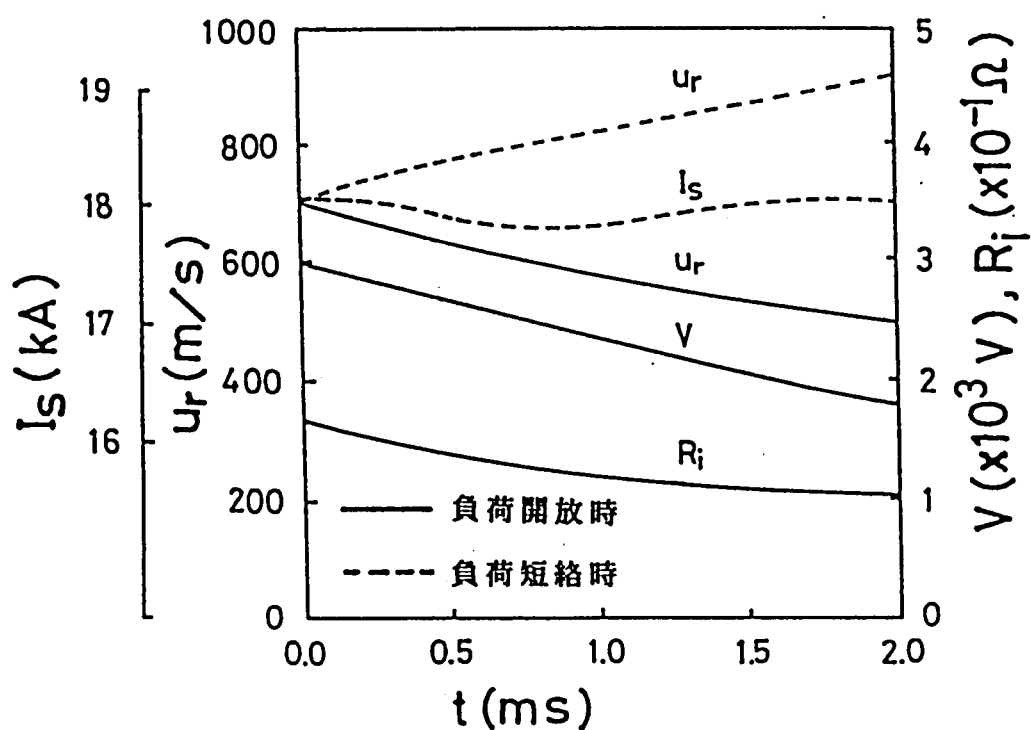


(a) 電界の  $r$  成分



(b) 電流密度の  $\theta$  成分

第5.5図 負荷開放時の電界の  $r$  成分および電流密度の  $\theta$  成分の過渡分布 (入口スワール比  $s = 0$ )



第5. 6 図 負荷変化時の発電チャネル中央部における流速の  $r$  成分、出力電圧、内部抵抗および短絡電流の時間的变化  
(入口スワール比  $s=0$ 、 $r=1.1$  m)

の速度で伝搬し、 $t = 1.4 \text{ ms}$  でチャンネルを通過している。このような波高値の伝搬は温度 $T$ の過渡特性にも表われ、その伝搬速度は $J_\theta$ の高値の伝搬速度と等しく、約  $700 \text{ m/s}$  であり、第3. 4. 3項に示したダイアゴナル形の場合と同様エントロピー波の伝搬速度は流速に等しくなる。一方、短絡時の $E_r$ 、 $J_\theta$ の値は小さく、時間的变化もゆるやかで、発電チャンネル全体にわたりほぼ一定の値となっている。

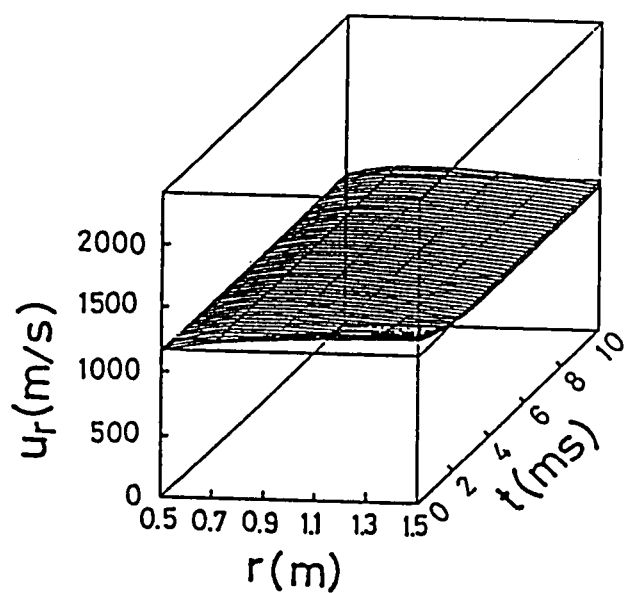
第5. 6図は入口スワール比 $s = 0$ の場合の負荷開放および短絡時の発電チャンネル中央部 $r = 1.1 \text{ m}$ における速度の $r$ 成分 $u_r$ 、出力電圧 $V_\theta$ 、内部抵抗 $R_i$ および短絡電流 $I_s$ の時間的变化を示す。同図から負荷開放時には、電磁力 $|J_\theta B|$ が増加することにより、 $u_r$ は減少し、温度 $T$ の上昇を伴う。従って、 $V_\theta$ 、 $R_i$ は低下することがわかる。一方、負荷短絡時には、出力電流 $I = I_s$ が増大するにもかかわらず、 $|J_\theta B|$ が減少するため、 $u_r$ は増大し、 $T$ は低下する。この場合の $I_s$ は穏やかな振動を伴い、ほぼ $t = 2 \text{ ms}$ で定常電流の約2倍の $I = 18 \text{ kA}$ となる。このときチャンネル入口で、 $J_r = 3 \text{ A/cm}^2$ である。

### 5. 3. 2 超音速流発電機

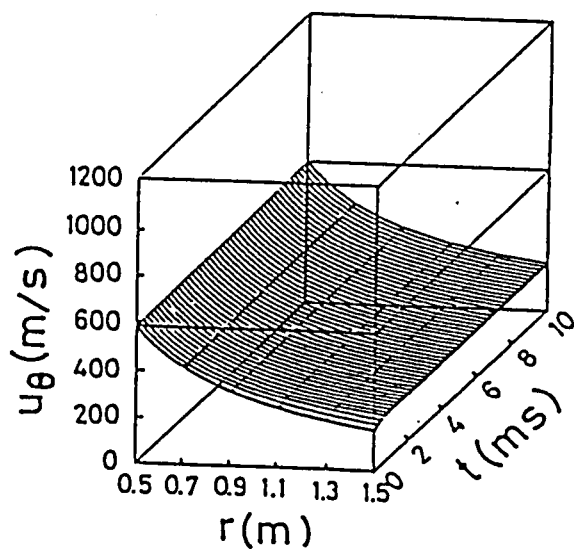
第5. 7図(a)～(d)はそれぞれ、入口スワール比 $s = 0$ 、入口マッハ数 $M = 1.5$ における負荷開放時の速度の $r$ 成分 $u_r$ と $\theta$ 成分 $u_\theta$ 、圧力 $p$ および温度 $T$ の過渡変化を3次元的に示す。負荷開放時に $u_r$ は時間と共に減少するが、 $u_\theta$ 、 $p$ 、 $T$ は増加する。また、温度 $T$ の特性にみられるように、 $t = 0.1 \text{ ms}$ でチャンネルを通過するのエントロピー波が、超音速流チャンネルの場合と同様、流速に等しい速度で伝搬することが明かである。

同図から超音速流チャンネルの場合に比べて、流体力学的諸量の変化は小さく、その変化は上流方向へは伝搬せず、一方、超音速流チャンネルの場合と同様、負荷短絡時の特性は負荷開放時の変化とは逆になることが知られた。また、負荷開放時および短絡時の $u_r$ はそれぞれ $t = 4, 6 \text{ ms}$ 程度で定常値に到達している。入口スワール比が異なる場合にも、定常値への到達時間は $t = 4 \sim 6 \text{ ms}$ 程度ある。また、 $u_\theta$ は、超音速流チャンネルの場合と同様、約 $t = 2 \text{ ms}$ で定常値に到達することが明かである。

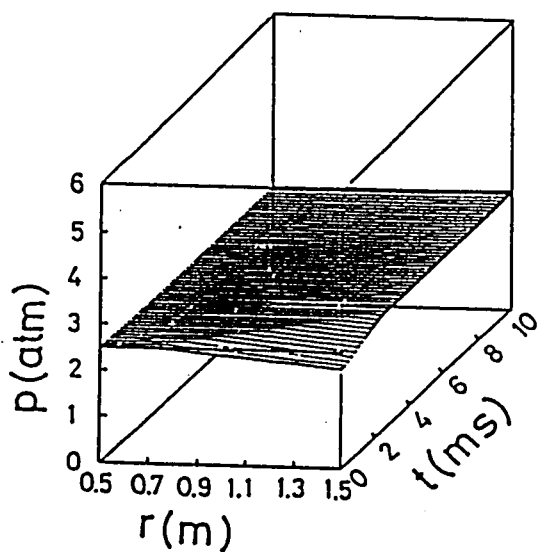
第5. 8図は負荷変化時のマッハ数 $M$ の時間的变化を示すが、 $M$ の定常値への到達時間は $u_r$ と同様、 $t = 4 \sim 6 \text{ ms}$ である。また、 $M$ は負荷開放時には、時間と共に低下し、負荷短絡時には増大する。また、チャンネル出口での $M$ は、スワール比 $s$ を変えてもほとんど変わらないことが知られた。



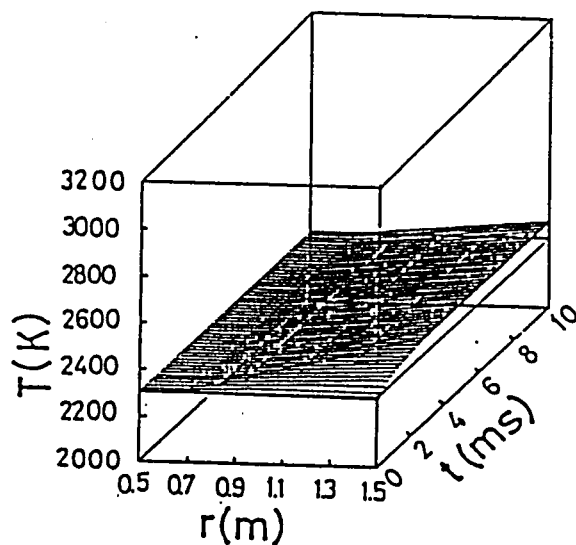
(a) 流速の  $r$  成分



(b) 流速の  $\theta$  成分

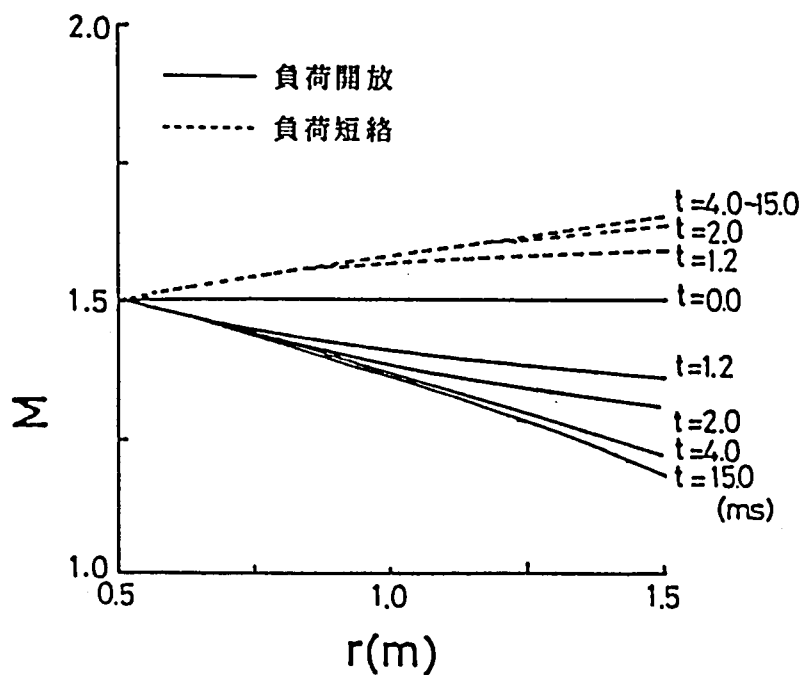


(c) 圧力分布

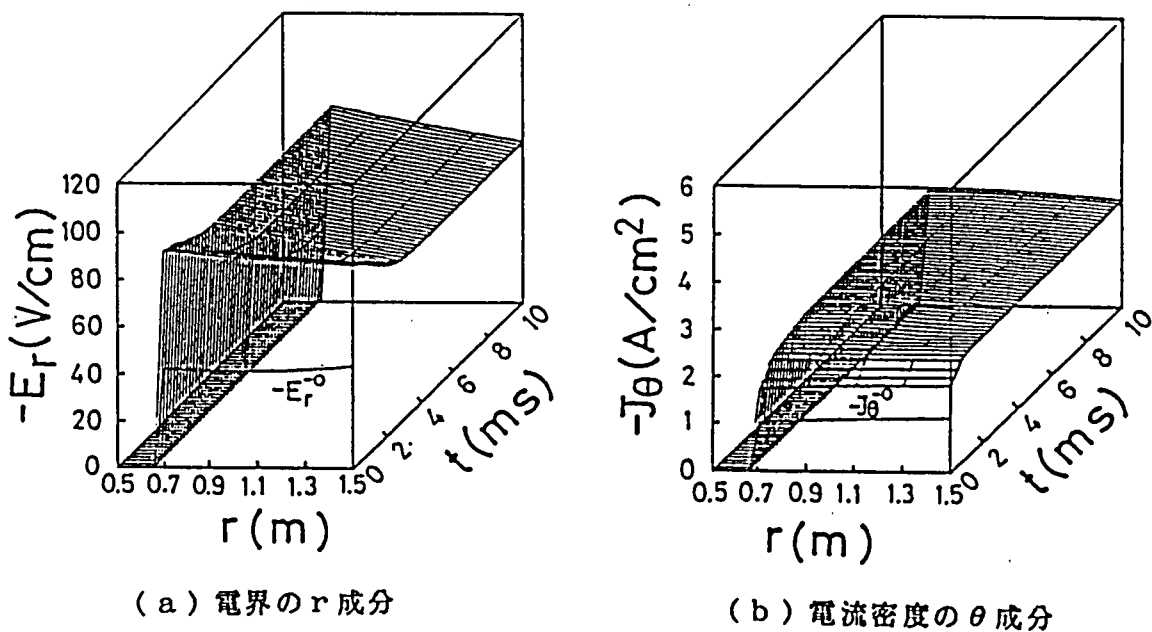


(d) 温度分布

第5.7図 負荷開放時の流体力学的諸量の過渡分布  
(入口スワール比  $s = 0.5$ 、入口マッハ数  $M = 1.5$ )



第 5. 8 図 負荷変化時のマッハ数の時間的变化



第 5. 9 図 負荷開放時の電界の  $r$  成分と電流密度の  $\theta$  成分の過渡分布  
(入口スワール  $s = 0.5$ 、入口マッハ数  $M = 1.5$ )

第5. 9図 (a)、(b) は、第5. 7図におけると同様、負荷開放時の電界の  $r$  成分  $E_r$  と電流密度の  $\theta$  成分  $J_\theta$  の過渡分布3次元的に示している。同図 (a) からわかるように  $E_r$  は定常値  $E_{r-0} = -42 \sim -43$  V/cm から、 $E_{r+0} = -92 \sim -86$  V/cm と非常に大きい値となるが、時間の経過と共に漸減し、 $t = 3$  ms にて定常値の約2倍である  $E_r = -83 \sim -68$  V/cm となり、ほぼ一定の値に落ち着いている。一方、同図 (b) に示すように、 $J_\theta$  は定常値  $J_{\theta-0} = -1.1 \sim -1.2$  A/cm<sup>2</sup> から、 $t = 3$  ms 後に約1.8 倍の値である  $J_\theta = -2.46 \sim -2.24$  A/cm<sup>2</sup> に到達する。

一方、負荷短絡時の電界の  $r$  成分  $E_r$  および電流密度  $\mathbf{J}$  の  $\theta$  成分  $J_\theta$  はともに小さく、かつチャンネル全体にわたりほぼ一様な分布となり、また、短絡電流  $I = I_s$  は定常値の約2 倍の  $I_s = 5800$  A となり、この場合の  $\mathbf{J}$  の  $r$  成分  $J_r = 0.98 \sim 0.88$  A/cm<sup>2</sup> になることが知られた。

#### 5. 4 ファラデー形およびダイアゴナル形発電機との比較

第3章で示したファラデー形およびダイアゴナル形発電機と本章で得られたディスク形発電機の特性の比較により次のような結果が得られた。

(1) ディスク形発電機は本質的にホール形の発電機であるが、スワールを作動流体に加えることによりダイアゴナル形の特性を得ているため、負荷の開放、短絡時における動作特性はダイアゴナル形と同様となる。従って、ファラデー形での負荷の局所開放時にみられるような衝撃波は発生しにくくなる。

(2) ディスク形発電機はファラデー形およびダイアゴナル形のような直線形発電機と比べてチャンネル長が短く、また流体は  $\theta$  方向の自由度を持つため、負荷変化時における流体力学的諸量の定常値への到達が速くなる。

#### 5. 5 結言

以上、亜音速流および超音速流の、ディスク形MHD発電機に対し、第4章で提案した準1次元過渡解析法を適用して種々の数値計算を行い、次のような成果を得ることができた。

(1) 負荷開放時には、亜音速流および超音速流発電チャンネルいずれにおいても、速度の  $r$  成分は減少、 $\theta$  成分は増大し、圧力と温度は上昇するが、一方、負荷短絡時には、それらの流体力学的諸量は負荷開放時と逆の変化をすることを明らかにした。

(2) 負荷変化時の流体力学的諸量の変化は入口スワール比が小さい発電チャンネル

の場合に比べて同比が大きい場合の方が小さく、また、超音速流チャネルの方が亜音速流チャネルよりも小さいことを示した。

(3) 負荷変化時において、流速と等しい速度で下流へ伝搬するエントロピー波が存在することを示した。

(4) 亜音速流チャネルの場合には、ディフューザ部において生じる反射波が上流へ伝搬するため、定常値への収束は非常に遅いが、一方、超音速流チャネルの場合には、反射波が生じないので、流体力学的諸量の定常値への収束は非常に速く、その時間は約 4～6ms 程度である。ただし、いずれの場合にも速度の  $\theta$  成分は約 2 ms 以内に定常値に達することが知られた。

(5) 電界の  $r$  成分および電流密度の  $\theta$  成分は、いずれも負荷開放時に増加し、短絡時に減少する。超音速流チャネルにおいては、負荷開放時には約 3 ms でそれぞれ、約  $-90 \text{ V/cm}$ 、および  $-1.8 \text{ A/cm}^2$  に達し、また負荷短絡時の電流密度の  $r$  成分は約  $0.9 \text{ A/cm}^2$  程度になる。それらの値はいずれも、負荷変化前の約 2 倍である。なお、亜音速流チャネルにおける値に対し、電界と電流密度の  $r$  成分、および電流の  $\theta$  成分はそれぞれ、約 2 倍、 $1/3$  倍、および  $1/2$  倍程度であることを示した。

(6) 超音速流チャネルの場合の方が亜音速流の場合よりも負荷変化時の流体力学的諸量の変化が小さく、収束も速い。また、故障時の電界および電流密度はディスク形の構造上過大な値にならない。従って、ディスク形発電機の場合、超音速流チャネルの方が過渡特性は良好になり、かつ定常時の効率も高いので、発電機として優れているといえることができる。

(7) 負荷変化時におけるディスク形発電機の作動流体の過渡特性は、ファラデー形の場合と異なり、単一負荷のダイアゴナル形の場合と同様になり、ファラデー形における負荷の局所開放時にみられるような衝撃波は発生しにくいことが示された。

(8) ディスク形発電機はファラデー形やダイアゴナル形のような直線形発電機と比べてチャネル長が短く、また流体は  $\theta$  方向の自由度を持つため、負荷変化時における流体力学的諸量の定常値への到達が速くなることが明らかにされた。



## 第6章 他励式インバータ負荷時のMHD発電機の動作特性

### 6.1 緒言

MHD発電機によって発電される直流電力を商用交流電力系統へ供給するためには交流電力への変換を行う必要がある。その直交変換装置は転流方式により、他励式と自励式のインバータに大別される。現在、直流送電や周波数変換等の電力分野においては、交流側からの転流エネルギーによって転流動作を行ない、かつ、回路構成が簡単であるため信頼性が高く、動作が安定している他励式インバータが主に用いられている。各国のMHD発電用インバータの研究開発においても他励式が主に検討され(1),(3),(45)、我が国においても、ETL Mark VIIの運転において他励式インバータを用いた試験が行われており(46)、現段階では他励式が採用される可能性が大きいと言えることができる。

一方、MHD発電機の過渡特性解析については、第2乃至5章で述べたように、これまでダイアゴナル形に関するOliver氏の解析(5)、吉川氏らのファラデー形に関する解析(6)、早ノ瀬らのダイアゴナル形およびディスク形に関する解析(9)~(21),(40)~(43)など幾つか行われてきた。しかしながら、これらの解析はいずれも発電機の直流負荷の開放および短絡時の過渡特性を扱ったものであり、インバータと接続した時のMHD発電機の解析は田中氏の解析(47)に見られるのみであり、しかもインバータや線路の故障などにおける発電機の過渡的振舞についてはまだほとんど明らかにされていない。

以上にかんがみて本章では、他励式インバータをMHD発電機に接続した場合について、インバータおよびその交流側の振舞が発電機の過渡特性に及ぼす影響について解析を行っている(49)~(53)。解析は超音速流定速度形のダイアゴナル形および超音速流定マッハ数形のディスク形発電機について行う。また、インバータは他励式の3相ブリッジインバータとし、その定常運転時の諸現象および直流側短絡、転流失敗など諸故障時に発電機側に生じる過渡現象を詳細に解析している。なお、MHD発電機の動作解析には、第2章および第4章において導出したダイアゴナル形およびディスク形発電機に対する準1次元過渡解析法を用いるので、本章では同解析法の説明は省略している。

そこで、まず、第6.2節では、他励式インバータの定常運転時および直流側短絡や転流失敗など故障時におけるインバータの直流側電流、すなわちMHD発電機の出

力電流（負荷電流でもある）の計算式を導出している。ここで、発電機の起電力および内部抵抗は、負荷状態従って出力電流の大きさにより変化するので、計算式における起電力および内部抵抗を各計算ステップにおいて修正する方法を用いている。また、数値計算過程をフローチャートにより示している。第6. 3節では、解析に用いた発電機の数値条件を示す。第6. 4節では、ダイアゴナル発電機についてインバータの定常運転時の発電機の出力電圧、電流、誘導起電力、内部抵抗などや、出力電流に及ぼす直流リアクトルの影響などについて解析している。また、負荷開放および故障時における諸量の過渡変化、直流リアクトルの出力電流の変動抑制効果などについて検討する。第6. 5節では、ディスク形発電機にインバータを負荷した場合に対し、前節で行ったと同様な解析結果について述べている。さらに、第6. 6節では、4および5節で得られたダイアゴナル形、ディスク形発電機の動作特性について比較を行っている。

## 6. 2 インバータ負荷時の発電機出力電流の計算式

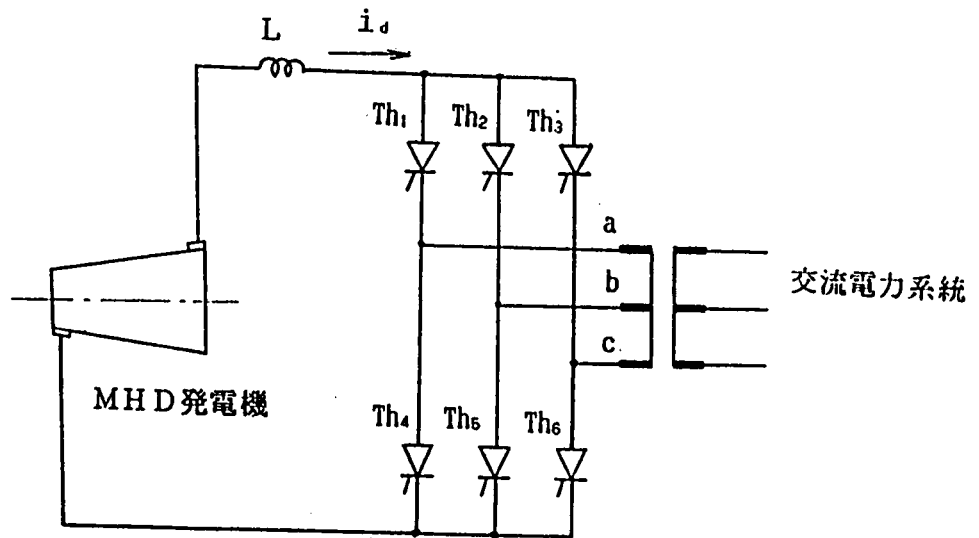
### 6. 2. 1 計算式導出に対する仮定

本項では、インバータ負荷時のMHD発電機の過渡動作特性の解析を行うための発電機出力電流の計算式導出に対する仮定について述べる。定常動作時および直流側短絡や転流失敗などの故障時のインバータの動作を直流側電流の計算式によって表し、発電機出力電流として与えるものとする。

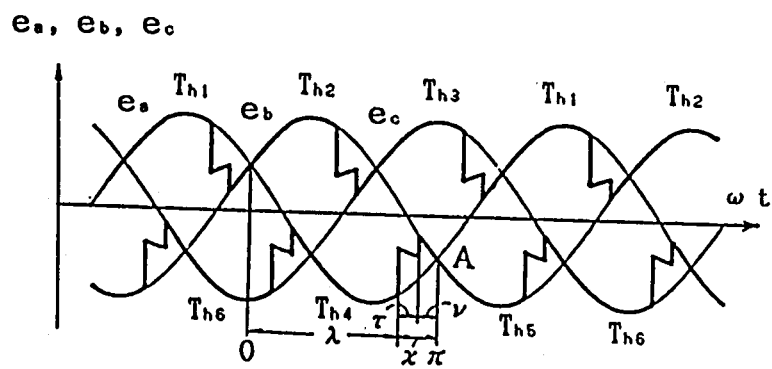
第6. 1図はMHD発電機と他励式3相ブリッジインバータの接続回路である。MHD発電機は、6個のサイリスタ $T_{h1} \sim T_{h6}$ によりブリッジ構成されたインバータを介して交流母線に接続されている。また、発電機とインバータ間には直流リアクトル $L$ が挿入されている。

第6. 2図は $T_{h1}$ と $T_{h4}$ 、 $T_{h2}$ と $T_{h5}$ 、 $T_{h3}$ と $T_{h6}$ それぞれに加わる各 $a$ 、 $b$ 、 $c$ 相電圧 $e_a$ 、 $e_b$ 、 $e_c$ の波形を示す。太線部がサイリスタ $T_{h1} \sim T_{h6}$ の導通区間である。ただし、 $\lambda$ は制御角、 $\nu$ は転流余裕角、 $\tau$ は転流重なり角、 $\alpha$ は転流進み角である。 $\lambda$ は転流を行うサイリスタの正の相電圧 $e_a$ と $e_b$ の交点 $O$ を基準点としている。理論上、他励式インバータは $\lambda = 90^\circ \sim 180^\circ$ が動作範囲であるが、 $\lambda$ はサイリスタのターンオフ時間や変圧器の漏れインピーダンスなどによる $\tau$ によって制限される。

インバータ負荷時のMHD発電機の出力電流 $I$ 、すなわち本章の場合、インバータ直流側電流 $i_d$ は回路方程式から導出される。このため、まず、MHD発電機をその



第 6. 1 図 MHD 発電機と 3 相ブリッジインバータの接続回路



第 6. 2 図 インバータの各相電圧波形

直流誘起電力  $V_0$  と内部抵抗  $R_i$  の等価電源として取り扱い、 $V_0$  と  $R_i$  および交流線間電圧実効値  $V_s$  を一定とした場合の回路方程式により、 $i_d$  の計算式の導出を行う。

次に、MHD発電機では  $I$  が変化する場合には  $V_0$  と  $R_i$  も変化するため、 $i_d$  の計算式に  $V_0$  と  $R_i$  の変化を考慮する必要がある。発電機とインバータを接続した場合には、定常時においてもインバータの転流動作などによる相互作用によって  $I$  が変動するため、 $i_d$  の計算式に対して、発電チャネル内流体力学的諸量の分布から求められる各時刻での  $V_0$  および  $R_i$  によって修正を加え与えるものとする。なお、 $V_0$  と  $R_i$  は (2.26)、(2.27) 式または (4.22)、(4.23) 式により計算される。

また、インバータの動作を解析する場合、 $\tau$  は考慮されるべきであるが、前述したように、 $i_d$ 、 $V_0$ 、 $R_i$  が変化するため、また  $\tau$  も変化するようになる。従って、インバータの回路方程式に  $\tau$  を考慮することは困難であり、 $\tau = 0$  として扱うものとする。

## 6. 2. 2 インバータの定常運転時の計算式

まず、定常運転時の発電機出力電流  $I = i_d$  の計算式を導出する。第6. 1図に示したように3相ブリッジインバータは6個のサイリスタ  $T_{h1} \sim T_{h6}$  により構成されているので、各サイリスタは1サイクルについてそれぞれ  $2\pi/3$  の導通区間を持つ。従って、定常運転時には、 $\pi/3$  の区間に対して周期条件が適用できる。3相ブリッジインバータの制御角  $\lambda$  を一定とすると、交流線間電圧実効値  $V_s$  として、MHD発電機-インバータ回路の回路方程式は次式で与えられる(48)。

$$L \frac{d i_d}{d t} + R_i i_d = V_0 + \sqrt{2} V_s \cos (\omega t + \lambda) \quad (6.1)$$

ただし、 $\omega = 2\pi f$  は交流系統の角周波数、 $f$  は周波数である。従って、 $\pi/3$  区間に対する周期条件として

$$i_d \Big|_{\omega t = -\pi/6} = i_d \Big|_{\omega t = \pi/6} \quad (6.2)$$

を用いることにより、定常運転時のインバータの  $i_d$  は次のようになる。

$$i_d = \frac{\sqrt{2} V_s}{\sqrt{R_i^2 + \omega^2 L^2}} \{ \cos (\omega t + \lambda - \xi) \}$$

$$+ \frac{\sin(\xi - \lambda)}{2 \sinh\left(\frac{\pi R_i}{6\omega L}\right)} \exp\left(-\frac{R_i}{L} t\right) \} + \frac{V_0}{R_i} \quad (6.3)$$

$$\xi = \tan^{-1}(\omega L / R_i) \quad (6.4)$$

なお、以降の式における $\xi$ は(6.4)式に示すものと同じである。

## 6. 2. 2 インバータ故障時の計算式

まず、インバータの直流側で短絡故障が発生した場合の $i_d$ の計算式を求める。この場合、MHD発電機の内部抵抗 $R_i$ と直流リアクトル $L$ が $R_i - L$ 回路を作るので、次の回路方程式

$$L \frac{di_d}{dt} + R_i i_d = V_0 \quad (6.5)$$

が得られるので $i_d$ は次のようになる。

$$i_d = I_0 \exp\left(-\frac{R_i}{L} t\right) + \frac{V_0}{R_i} \left\{ 1 - \exp\left(-\frac{R_i}{L} t\right) \right\} \quad (6.6)$$

ただし、 $I_0$ は短絡故障発生直前の出力電流( $t=0$ での $i_d$ の初期値)である。

なお、交流線路における2線地絡、2線短絡、3線短絡等の故障の場合は、転流エネルギーが消失して、インバータが短絡されるため、上記直流側短絡故障形式で取り扱うことができる。

次に、インバータの転流失敗時の $i_d$ を導出する。転流失敗とは、線路電圧の低下や1線地絡等の故障により、転流余裕角 $\nu$ が喪失した場合に、直流側と交流側が短絡状態となる現象である。また、誤点弧、制御パルスの異常、サイリスタの故障など、通常の点弧期間以外で点弧が生ずると転流失敗となる。

このような転流失敗を3相インバータの上側と下側アームの一对のサイリスタ(第6.1図の $T_{h1}$ 、 $T_{h5}$ )に仮定した両側転流失敗時の回路方程式は次式で与えられる。

$$L \frac{di_d}{dt} + R_i i_d = V_0 + v_a - v_b$$

$$= V_0 + \sqrt{2} V_s \cos (\omega t + \lambda + \pi / 6) \quad (6.7)$$

従って、 $i_d$  は次のようになる。

$$\begin{aligned} i_d = & I_0 \exp \left( -\frac{R_i}{L} t \right) + \frac{\sqrt{2} V_s}{\sqrt{R_i^2 + \omega^2 L^2}} \{ \cos (\omega t + \lambda - \xi + \pi / 6) \\ & - \cos (\lambda - \xi + \pi / 6) \exp \left( -\frac{R_i}{L} t \right) \} \\ & + \frac{V_0}{R_i} \{ 1 - \exp \left( -\frac{R_i}{L} t \right) \} \end{aligned} \quad (6.8)$$

ただし、 $I_0$  は転流失敗が生じる直前の出力電流 ( $t=0$  での  $i_d$  の初期値) である。

次に、 $T_{h1}$  のみが転流失敗を生じ、 $T_{h5}$  は正常の転流を保持しているとする片方のみの転流を仮定した片側転流失敗時の  $i_d$  を導出する。 $T_{h5}$  は  $\omega t = 2\pi/3$  毎に転流動作を行うので、 $i_d$  は (6.7) 式と同様の方程式を解くことにより、次式で与えられる。ただし、転流失敗は  $\omega t = 2\pi/3$  で生じるものとする。

$$\begin{aligned} i_d = & I_0 \exp \left( -\frac{R_i}{L} t \right) + I_m \{ \cos (\omega t + \lambda - \xi + \pi / 6) \\ & - \cos (\lambda - \xi + \pi / 6) \exp \left( -\frac{R_i}{L} t \right) \} \\ & + \frac{V_0}{R_i} \{ 1 - \exp \left( -\frac{R_i}{L} t \right) \} \end{aligned} \quad (0 \leq \omega t \leq \pi / 3) \quad (6.9a)$$

ただし、 $I_0$  は  $t_0 = 0$  での  $i_d$  の初期値である。

$$\begin{aligned} i_d = & I_0 \exp \left\{ -\frac{R_i}{L} (t - t_0) \right\} + I_m [ \cos (\omega t + \lambda - \xi + \pi / 6) \\ & - \cos (\lambda - \xi + \pi / 2) \exp \left\{ -\frac{R_i}{L} (t - t_0) \right\} ] \\ & + \frac{V_0}{R_i} [ 1 - \exp \left\{ -\frac{R_i}{L} (t - t_0) \right\} ] \end{aligned} \quad (\pi / 3 \leq \omega t \leq \pi) \quad (6.9b)$$

ただし、 $I_0$ は $t_0 = \pi/(3\omega)$ での $i_d$ の初期値である。

$$i_d = I_0 \exp \left\{ -\frac{R_i}{L} (t - t_0) \right\} + \frac{V_0}{R_i} \left[ 1 - \exp \left\{ -\frac{R_i}{L} (t - t_0) \right\} \right] \quad (\pi < \omega t \leq 3\pi/5) \quad (6.9c)$$

ただし、 $I_0$ は $\omega t_0 = \pi/\omega$ での $i_d$ の初期値である。

$$i_d = I_0 \exp \left\{ -\frac{R_i}{L} (t - t_0) \right\} + I_m [\cos (\omega t + \lambda - \xi + \pi/6) - \cos (\lambda - \xi + 11\pi/6) \exp \left\{ -\frac{R_i}{L} (t - t_0) \right\}] + \frac{V_0}{R_i} \left[ 1 - \exp \left\{ -\frac{R_i}{L} (t - t_0) \right\} \right] \quad (5\pi/3 \leq \omega t \leq 7\pi/3) \quad (6.9d)$$

ただし、 $I_0$ は $t_0 = 7\pi/(3\omega)$ での $i_d$ の初期値である。

$$i_d = I_0 \exp \left\{ -\frac{R_i}{L} (t - t_0) \right\} + I_m [\cos (\omega t + \lambda - \xi + \pi/6) - \cos (\lambda - \xi + 5\pi/2) \exp \left\{ -\frac{R_i}{L} (t - t_0) \right\}] + \frac{V_0}{R_i} \left[ 1 - \exp \left\{ -\frac{R_i}{L} (t - t_0) \right\} \right] \quad (5\pi/3 \leq \omega t \leq 7\pi/3) \quad (6.9e)$$

ただし、

$$I_m = \frac{\sqrt{2} V_0}{\sqrt{R_i^2 + \omega^2 L^2}} \quad (6.10)$$

また、 $I_0$ は $t_0 = 5\pi/(3\omega)$ での初期値である。

#### 6. 2. 4 数値計算過程

数値計算の過程は第2. 6節や第4. 6節で述べた方法とほぼ同じであり、MHD発電機の解析には、MacCormack 法による非定常準1次元基礎方程式の差分近似式(2. 40)～(2. 41)を用い、またインバータの動作はを表わす直流側電流 $i_d$ は2. 3項で導出した計算式(6. 3)などにより求める。従って、第2. 3図に示したフローチャートにおいて、MHD発電機の誘導起電力 $V_o$ 、内部抵抗 $R_i$ から出力電流 $I$ を計算するステップで(6. 3)式などによりインバータの直流側電流 $i_d$ を求め、 $I = i_d$ を与えればよい。

数値解析に用いた計算のフローチャートを第6. 3図に示す。数値計算の過程は次の通りである。

(1) 発電チャンネル入口での圧力、温度、流速などの流体条件、チャンネル長、印加磁束密度、出力電流など(第6. 1表または第6. 2表参照)を与える。

(2) (2. 43)～(2. 45)式に示した連立常微分方程式を(1)の条件および定数値をもとに、Runge-Kutta-Gill 法により解き、チャンネル断面積 $A$ 、流体力学的諸量 $p$ 、 $t$ 、 $u$ 、電氣的諸量 $E$ 、 $J$ などの分布を求める。

(3) (2)において求められた流体力学的諸量から(2. 12)～(2. 15)式により初期値 $V(x, 0)$ を計算する。

(4) 計算条件(定常時、送電線路故障時など)により出力電流 $I$ を計算する。

(5) (2. 18)～(2. 24)式により、チャンネル内の $E$ 、 $J$ を計算する。

(6) (2. 40)式により予測ステップの計算を行い、 $\tilde{V}_j^{k+1} = \tilde{V}(x, t + \Delta t)$ を求める。

(7)  $\tilde{V}(x, t + \Delta t)$ よりチャンネル内の $p$ 、 $T$ 、 $u$ 、 $\alpha$ 、 $\beta$ を求める。またそれらの値より $E$ 、 $J$ を求める。

(8) (2. 41)式により修正ステップの計算を行い、 $V_j^{k+1} = V(x, t + \Delta t)$ を求める。

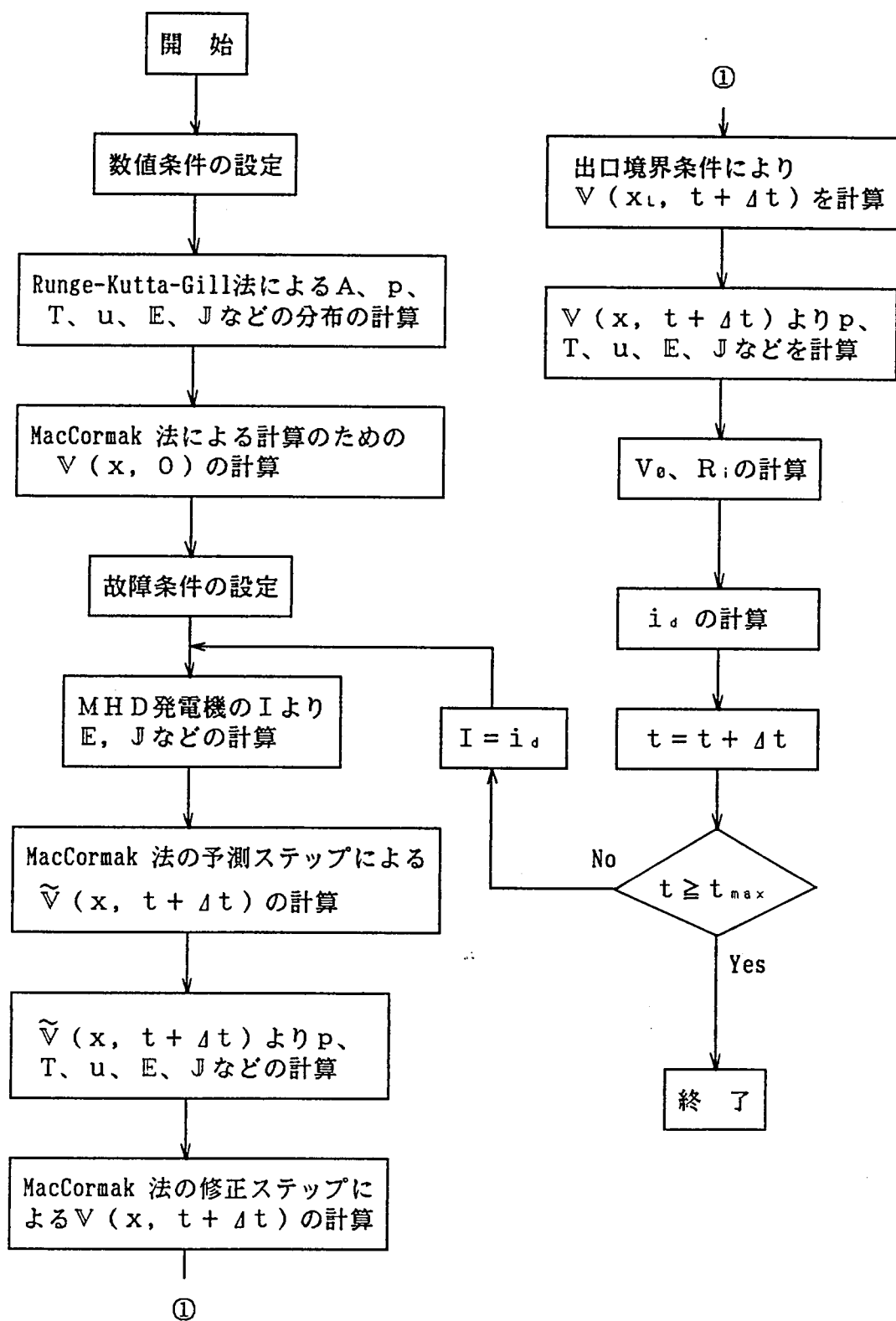
(9) (2. 48)式の下流境界条件により $V(x_L, t + \Delta t)$ を求める。

(10)  $V(x, t + \Delta t)$ よりチャンネル内の $p$ 、 $T$ 、 $u$ 、 $\alpha$ 、 $\beta$ を求める。またそれらの値より $E$ 、 $J$ を求める。

(11) (2. 26)、(2. 27)式により発電機誘導起電力 $V_o$ 、内部抵抗 $R_i$ を計算する。

(12) (11)で求めた $V_o$ 、 $R_i$ を(6. 3)式などに代入してインバータの直流電流





第6. 3図 数値計算のフローチャート

$i_d$  を計算する。

(13)  $t = t + \Delta t$  が  $t_{max}$  を越えていれば計算を終了し、そうでなければ発電機の新たな出力電流  $I = i_d$  とし、(5) へ戻る。ただし、 $t_{max}$  は計算打ち切り時間である。

### 6. 3 数値条件

MHD 発電機の作動流体としては前章までの数値計算におけると同様、カリウムを 1 wt% シードした重油燃焼ガスを用いる。従って、流体の導電率  $\sigma$ 、ホールパラメータ  $\beta$ 、エンタルピー  $h$ 、ガス定数  $R$  の値は (5.1) ~ (5.4) 式で与えられる。

計算はダイアゴナル発電機およびディスク発電機について行う。ダイアゴナル発電機は超音速流定速度形、またディスク発電機は超音速流定マッハ数形とし、計算に用いる発電機のサイズや流体条件、定格出力などはそれぞれ第 6. 1 表、第 6. 2 表に示す通りである。ただし、発電機はいずれも理想発電機とする。

接続される 3 相インバータの制御角を  $\lambda = 150^\circ$ 、交流系統の周波数を  $f = 60\text{Hz}$ 、発電機出力電圧を  $V$  とすると、交流側線間電圧の実効値  $V_s$  は次式により与えられる。

$$V = \frac{6\sqrt{2}}{\pi} V_s \sin \frac{\pi}{6} \cos \lambda \quad (6.10)$$

第 6. 1 表 超音速流定速度形ダイアゴナル発電機の定格値

入口圧力	$p_0 = 2.1 \text{ atm}$	出力電流	$I = 1667 \text{ A}$
入口温度	$T_0 = 2300 \text{ K}$	ダイアゴナル角	$\phi = 45^\circ$
入口流速	$u_0 = 1100 \text{ m/s}$	発電チャネル長	$x_c = 5 \text{ m}$
入口マッハ数	$M_0 = 1.26$	ノズル長	$x_N = 1 \text{ m}$
質量流量	$m_0 = 100 \text{ kg/s}$	入り口断面積	$A_0 = 0.281 \text{ m}^2$
印加磁束密度	$B = 4 \text{ T}$	出力	$P_w = 28.9 \text{ MW}$
負荷率	$K_t = 0.5$	出力電圧	$V = 17380 \text{ V}$
誘導起電力	$V_0 = 34700 \text{ V}$	内部抵抗	$R_i = 10.43 \Omega$

第6. 2表 超音速流定マッハ数形ディスク発電機の定格値

入口圧力	$p_0 = 2.5 \text{ atm}$	出力電流	$I = 3000 \text{ A}$
入口温度	$T_0 = 2300 \text{ K}$	入口チャンネル半径	$r_0 = 0.5 \text{ m}$
入口マッハ数	$M_0 = 1.5$	出口チャンネル半径	$r_1 = 1.5 \text{ m}$
質量流量	$m_0 = 227.6 \text{ kg/s}$	入口チャンネル高	$z_h = 0.2 \text{ m}$
印加磁束密度	$B = 4 \text{ T}$	ノズル長	$r_L = 0.2 \text{ m}$
入口スワール比	$s_0 = 0.5$	電気出力	$P_w = 9.87 \text{ MW}$
負荷率	$K_t = 0.5$	出力電圧	$V = 3290 \text{ V}$
誘導起電力	$V_0 = 6600 \text{ V}$	内部抵抗	$R_i = 1.11 \Omega$

上式よりダイアゴナル形およびディスク形発電機に対する $V_0$ は、それぞれ

ダイアゴナル形： $V_0 = 14860 \text{ V}$ 、

ディスク形： $V_0 = 2810 \text{ V}$

となる。

#### 6. 4 ダイアゴナル形発電機の動作特性

##### 6. 4. 1 定常時

第6. 4図はそれぞれ直流リアクトル $L = 12 \text{ mH}$ 、インバータの制御角 $\lambda = 150^\circ$ の場合の出力電流 $I$ 、誘導起電力 $V_0$ 、内部抵抗 $R_i$ 、出力電圧 $V$ 、負荷率 $K_t$ およびチャンネル出口マッハ数 $M$ の定常特性を示す。これらのいずれも変動は小さく、安定で、定格値を保っているが、3相インバータの転流動作により交流系統の周波数 $f = 60 \text{ Hz}$ の6倍周期である $360 \text{ Hz}$ の脈動を生じている。 $I$ 、 $V$ 、 $K_t$ の脈動はいずれも10%程度であるが、 $V_0$ 、 $R_i$ 、および $M$ の脈動は非常に小さい。この場合の $I = i_d$ は(6.3)式で与えられる。ただし、 $L$ の値は定常時の $I$ の平均値 $I_{av} = 1667 \text{ A}$ と最小値 $I_{min}$ との差が $I_{av}$ の10% (脈動率 $\kappa = 10\%$ ) になるように選んでいる。

第6. 5図は発電チャンネル内の流速 $u$ を示すが、脈動はほとんど見られず、安定していると言える。

第6. 6図は制御角 $\lambda = 150^\circ$ とし、直流リアクトル $L$ を変化させた場合の出力電流

の脈動率 $\kappa$ の変化を示す。 $L=0$ の場合 $\kappa \approx 40\%$ であるが、 $L$ を増せば $\kappa$ は急激に減少することを示す。 $L=120\text{ mH}$ （基準値の10倍）の場合には $\kappa=1.5\%$ まで減少している。

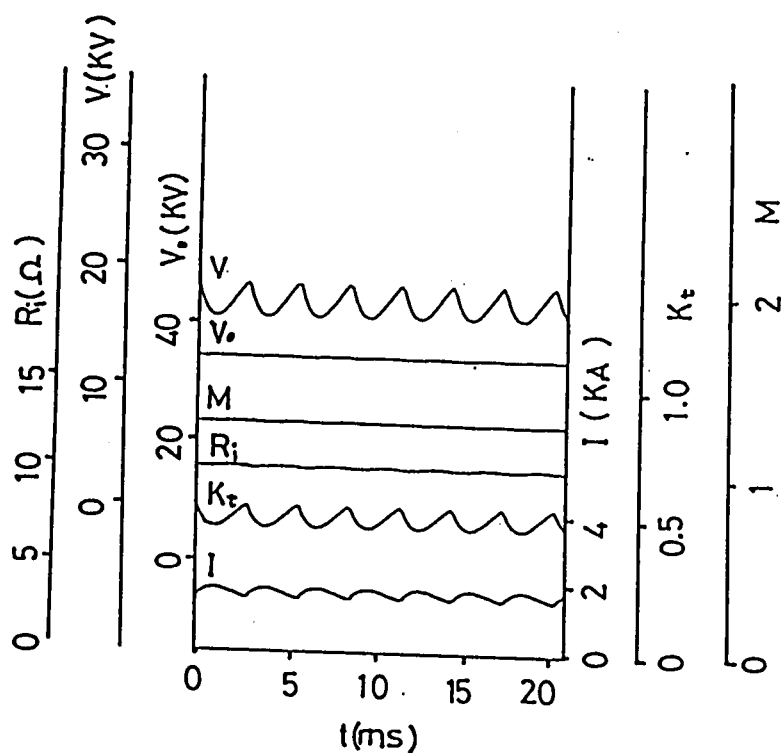
これらの特性より、インバータ側からの作用による発電チャンネル内電氣的諸量の変動の大きさに比べて流体力学的諸量の変動は小さく、 $\kappa > 10\%$ の場合においても流体は安定であると言える。しかし、流体の変動は発電機に振動を生じさせる一因となり(54),(55)、また電氣的諸量の変動は電極間ブレイクダウンやアーク現象を誘発する要因となりうるので、直流リアクトルによりこれらの諸量の変動を抑えることが必要であると言える。

#### 6. 4. 2 直流側短絡時

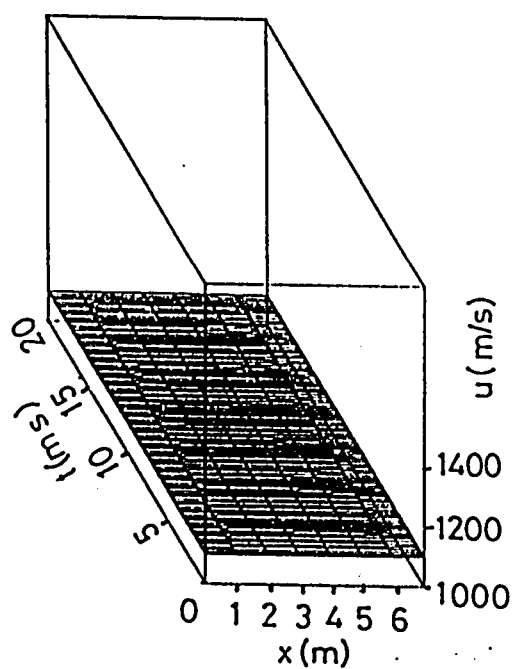
第6. 6図は $t=0$ でインバータの直流側で短絡故障が生じた時の諸量の過渡特性である。ただし、直流リアクトル $L=12\text{ mH}$ 、制御角 $\lambda=150^\circ$ としている。出力電流 $I$ 、出力電圧 $V$ 、負荷率 $K_i$ はいずれも短絡後 $t=4\text{ ms}$ まで急激に変化しているが、その後緩やかに変化している。また、 $I$ は定常時の約1.8倍の $2950\text{ A}$ まで増加している。誘導起電力 $V_g$ 、内部抵抗 $R_i$ 、チャンネル出口マッハ数 $M$ は $I$ 、 $V$ 、 $K_i$ に比べて緩やかに増加し、 $t=16\text{ ms}$ でほぼ一定となっている。なお、 $M$ が増加することから流速 $u$ は短絡故障時に増加することがわかる。第3章に示したように、 $L=0$ の場合には $t>6\text{ ms}$ でチャンネル内諸量がほぼ一定となっていることから、 $L$ は短絡故障時の諸量の変化を抑制する効果を有していることがわかる。

#### 6. 4. 3 転流失敗時

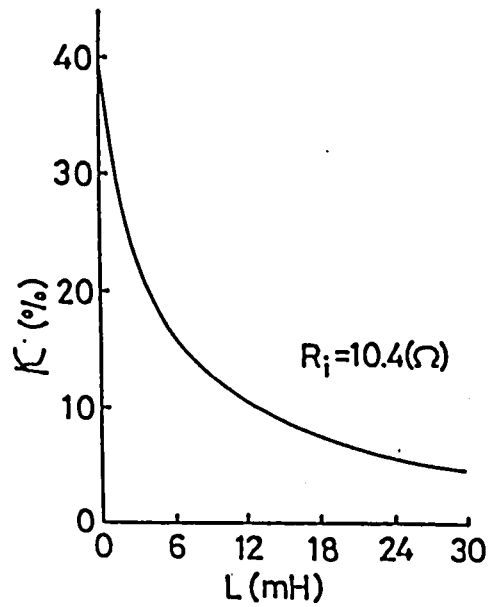
第6. 8図は、第6. 4図の定常状態からインバータの上下アームのサイリスタ対（第6. 1図の $T_{h1}$ 、 $T_{h5}$ ）に転流失敗があった場合の諸量の計算結果である。ただし、直流リアクトル $L=12\text{ mH}$ 、制御角 $\lambda=150^\circ$ としている。故障発生後 $t>0$ において出力電流 $I$ 、誘導起電力 $V_g$ 、内部抵抗 $R_i$ 、出力電圧 $V$ 、負荷率 $K_i$ 、出口マッハ数 $M$ はいずれも非常に大きく変動している。転流失敗時には、 $K_i$ が負となることからわかるように交流側からの電力の逆流が生じている。このため、発電チャンネル内のエネルギーが増加し、 $I$ は短絡時より非常に増加している。計算では約 $10\text{ ms}$ 時に定常値の約18倍まで増加している。また、 $M$ の特性からわかるように発電チャンネル内に衝撃波が発生し、ガス流速は下流部で亜音速流となっている。



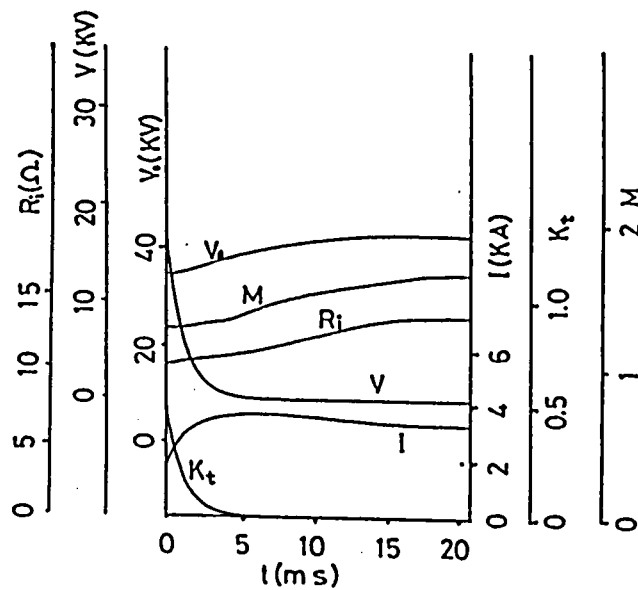
第6. 4図 出力電流、誘導起電力、出力電圧、内部抵抗、負荷率および  
チャンネル出口マッハ数の定常特性 ( $L = 12 \text{ mH}$ 、 $\lambda = 150^\circ$ )



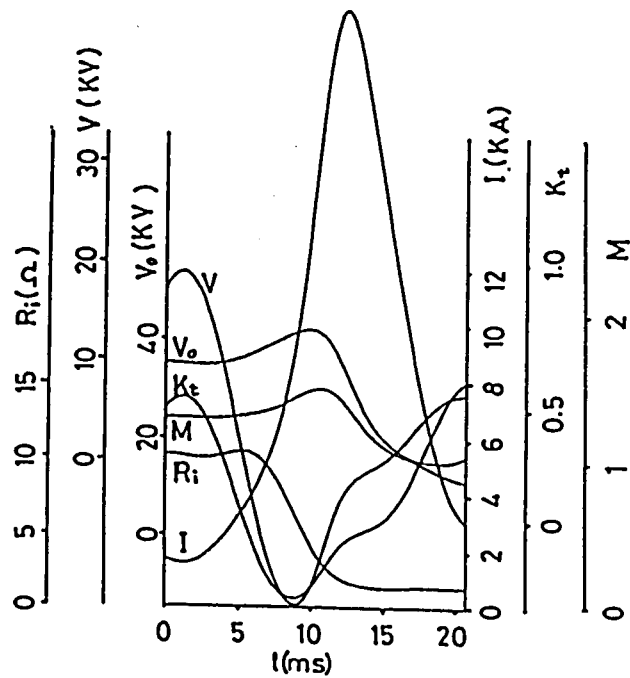
第6. 5図 定常時の流速分布



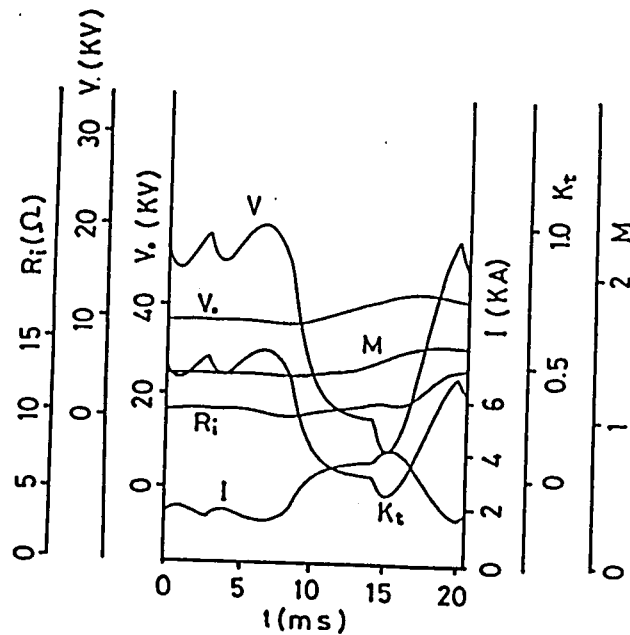
第 6. 6 図 直流リアクトルと出力電流の脈動率の関係 ( $\lambda = 150^\circ$ )



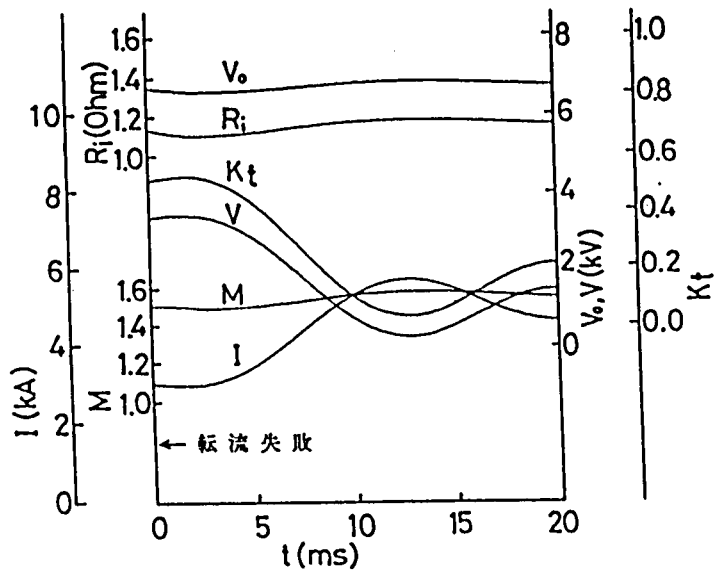
第 6. 7 図 直流側短絡時の出力電流、誘導起電力、出力電圧、内部抵抗、負荷率およびチャネル出口マッハ数の時間的变化 ( $L = 12$  mH、 $\lambda = 150^\circ$ )



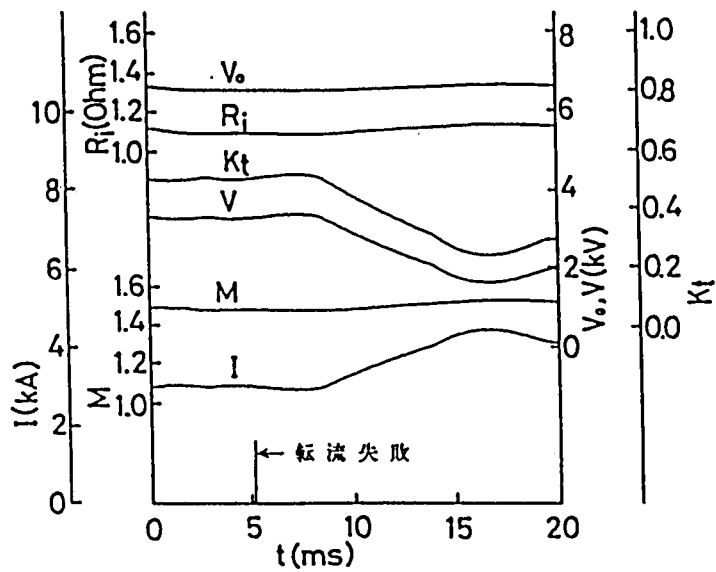
第 6. 8 図 上下サイリスタ対の転流失敗時の出力電流、誘導起電力、出力電圧、内部抵抗、負荷率およびチャネル出口マッハ数の時間的变化 ( $L = 12 \text{ mH}$ 、 $\lambda = 150^\circ$ )



第 6. 9 図 片側サイリスタ転流失敗時の出力電流、誘導起電力、出力電圧、内部抵抗、負荷率およびチャネル出口マッハ数の時間的变化 ( $L = 12 \text{ mH}$ 、 $\lambda = 150^\circ$ )



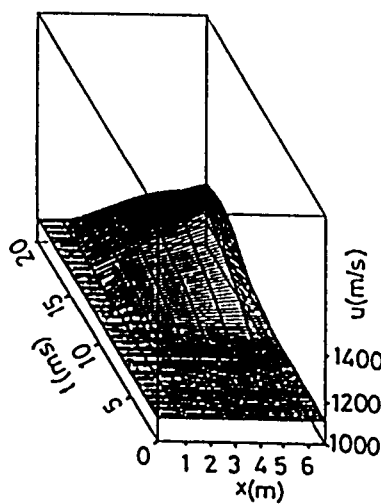
( a ) 転流失敗時



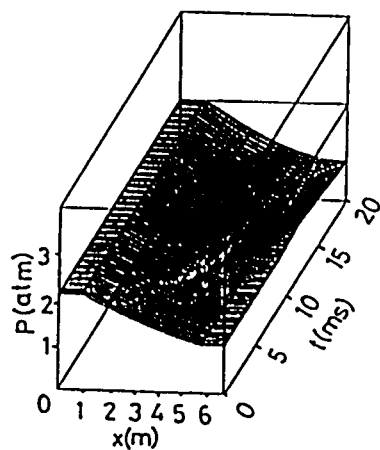
( b ) 片側転流失敗時

第6. 10図 直流リアクトル値を10倍にした場合の出力電流、誘導起電力、出力電圧、内部抵抗、負荷率およびチャネル出口マッハ数の時間的变化 ( $L = 120 \text{ mH}$ 、 $\lambda = 150^\circ$ )

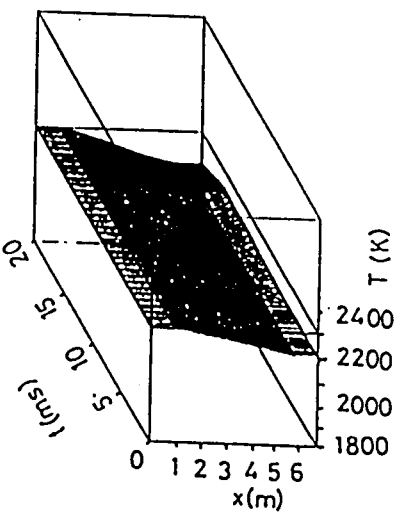




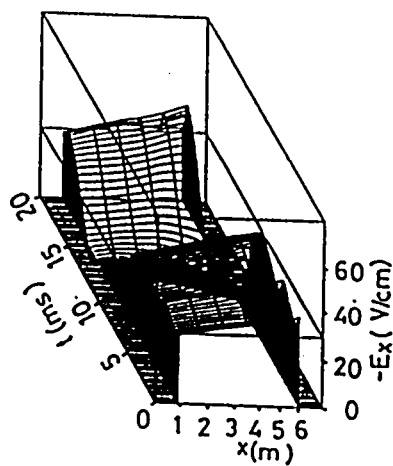
(a) 流速



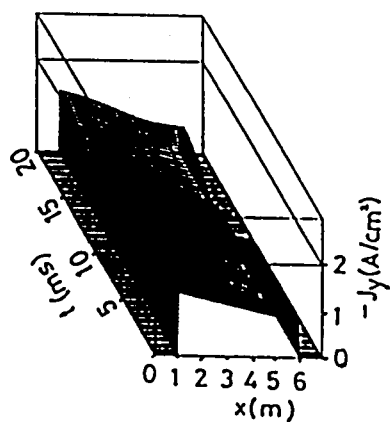
(b) 圧力



(c) 温度



(d) ホール電界



(e) ファラデー電流密度

第6. 11図 片側転流失敗時の流速、圧力、温度、ホール電界、  
ファラデー電流密度の過渡分布 ( $L = 120 \text{ mm}$ ,  $\lambda = 150^\circ$ )

次に、第6. 9図には転流失敗がサイリスタブリッジの片側（第6. 1図の上側アームのサイリスタ $T_{h1}$ ）に生じたと仮定した場合の故障時の諸量の過渡特性を示す。転流失敗が $t = 5.5 \text{ ms}$ 時にサイリスタ $T_{h1}$ に生じた後、出力電流 $I$ は増加し、 $t = 10 \text{ ms}$ で定常時の2.4倍の約4000 Aに達している。また、負荷率 $K_t < 0$ となる $t = 9 \text{ ms} \sim 12 \text{ ms}$ の期間に交流側から電力の逆流が生じる。出口マッハ数 $M$ の特性は流速が故障後増加することを示しているが、同特性は上下アームに転流失敗を仮定した第6. 8図の場合と大きく異なっている。

#### 6. 4. 5 故障時の過渡特性に対する直流リアクトルの効果

第6. 10図（a）、（b）は直流リアクトル $L = 120 \text{ mH}$ 、制御角 $\lambda = 150^\circ$ の場合における両側転流失敗および片側転流失敗時の諸量の過渡特性である。同図では第6. 8図と第6. 9図に対し、 $L$ を10倍して $L = 120 \text{ mH}$ としている。出力電流 $I$ の最大値は両側および片側転流失敗時にそれぞれ定常時の1.9倍および1.5倍となり、いずれの場合にも非常に低減され、また時間的变化も緩やかになっている。従って、負荷率 $K_t$ の特性から明らかなように、交流側からの電力の逆流はなく、誘導起電力 $V_o$ 、内部抵抗 $R_i$ 、出力電圧 $V$ 、出口マッハ数 $M$ の変化も非常に小さくなっている。また、 $M$ の特性から分かるように、流速はいずれも増加する。このように $L$ を大きく選べば、故障時の $I$ を短絡電流以下に低減できるため、発電チャネル内諸量の故障時の変動を低減できる。

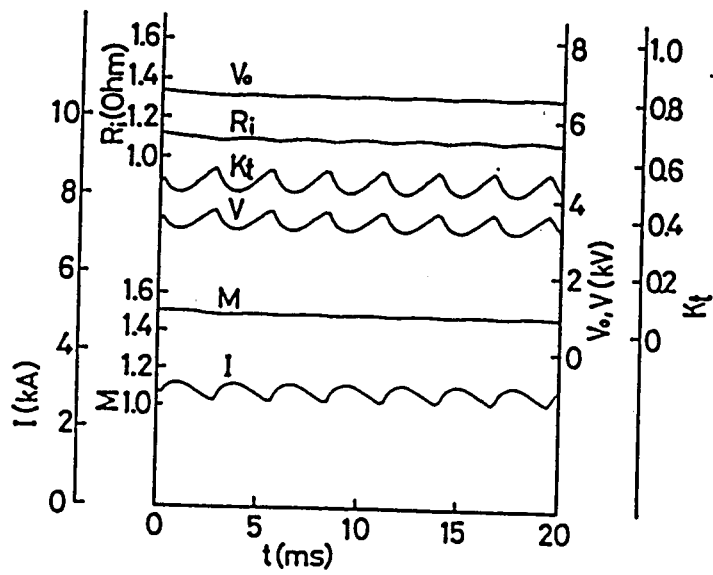
第6. 11図（a）～（e）は第6. 10図（b）に示した片側転流失敗時の流速 $u$ 、圧力 $p$ 、温度 $T$ 、ホール電界 $E_x$ 、ファラデー電流密度 $J_y$ の過渡分布を3次元的に示す。いずれも定常値からの変化が数パーセント以下に抑制されており、 $L$ の効果は非常に大きいと言える。

### 6. 5 外向き流ディスク形発電機の動作特性

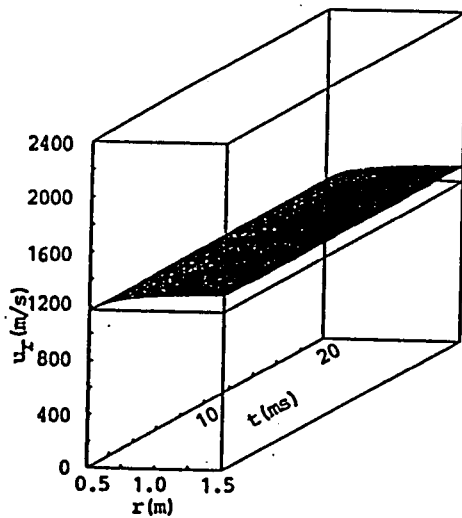
#### 6. 5. 1 定常時

インバータ負荷時のディスク形発電機の特性解析において直流リアクトル $L$ は第6. 4節でのダイアゴナル形の場合と同様、出力電流 $I = i_a$ の脈動率 $\kappa = 10 \%$ となる $L = 1.35 \text{ mH}$ を選んでいる。ただし、 $I$ の平均値 $I_{av} = 3000 \text{ A}$ 、インバータ制御角 $\lambda = 150^\circ$ 、発電機内部抵抗 $R_i = 1.11 \Omega$ である。

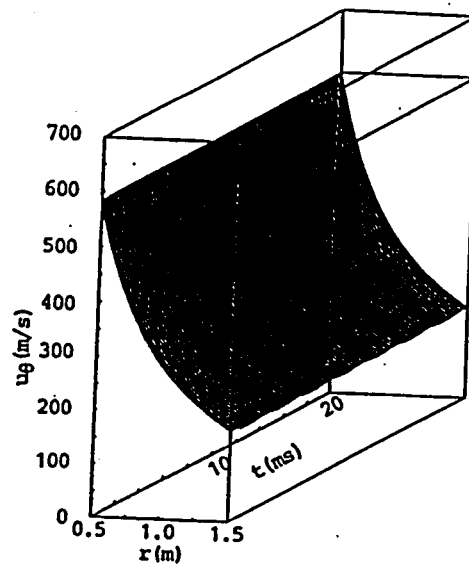
第6. 12図はインバータ負荷時のMHD発電機の出力電流 $I$ 、誘導起電力 $V_o$ 、出



第 6. 1 2 図 出力電流、誘導起電力、出力電圧、内部抵抗、  
負荷率およびチャネル出口マッハ数の定常特性  
(  $L = 1.35 \text{ mH}$ 、 $\lambda = 150^\circ$  )

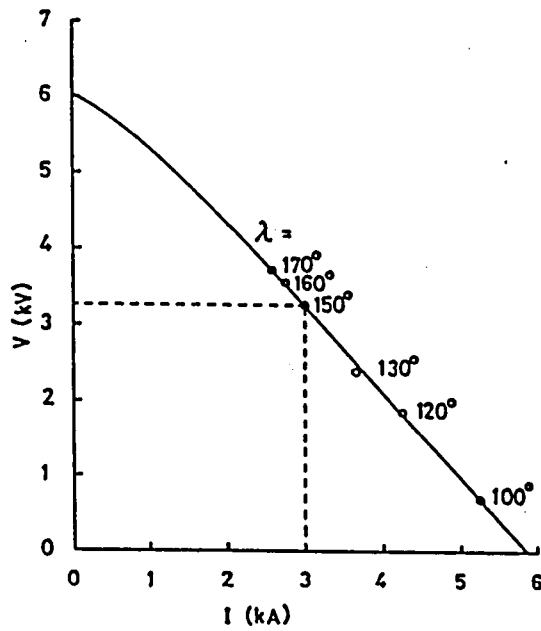


( a )  $r$  成分

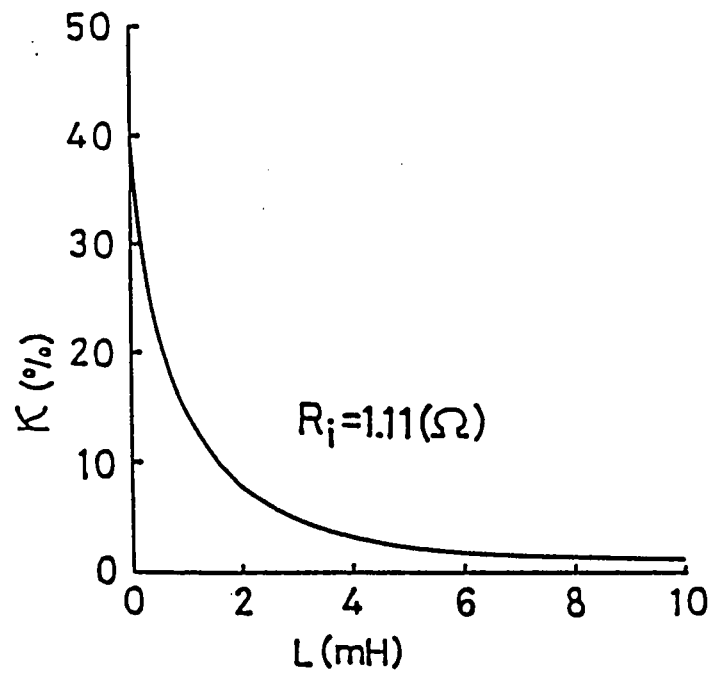


( b )  $\theta$  成分

第 6. 1 3 図 定常時の流速の  $r$  成分および  $\theta$  成分の分布



第6. 14図 ディスク形発電機の実出力電圧と出力電流の関係  
( $L = 1.35 \text{ mH}$ )



第6. 15図 直流リアクトル値と出力電流脈動率の関係 ( $\lambda = 150^\circ$ )

力電圧 $V$ 、内部抵抗 $R_i$ 、負荷率 $K_i$ およびチャネル出口マッハ数 $M$ の時間的变化を示す。 $I$ 、 $V$ 、 $K_i$ などの脈動は3相インバータの転流動作によるものであり、交流側電源周波数 60 Hz の 6 倍周期となっており、いずれも脈動率 $\kappa \approx 10\%$ である。また、 $V_\theta$ 、 $R_i$  および $M$ の脈動率 $\kappa$ はそれぞれ 3.0 %、1.5 %、0.5 %と $I$ のそれに比べて小さい。

第6. 13図(a)、(b)は流速 $u$ の $r$ および $\theta$ 成分 $u_r$ 、 $u_\theta$ を示すが、 $\kappa$ はチャネル出口においても、それぞれ 1.0 %、2.4 %と極めて小さい。

このように、発電チャネル内の $I$ 、 $V$ 、 $K_i$ などの電氣的諸量の変動の大きさに比べて流体力学的諸量の変動は小さく、定常状態を保ち、安定な特性を示している。

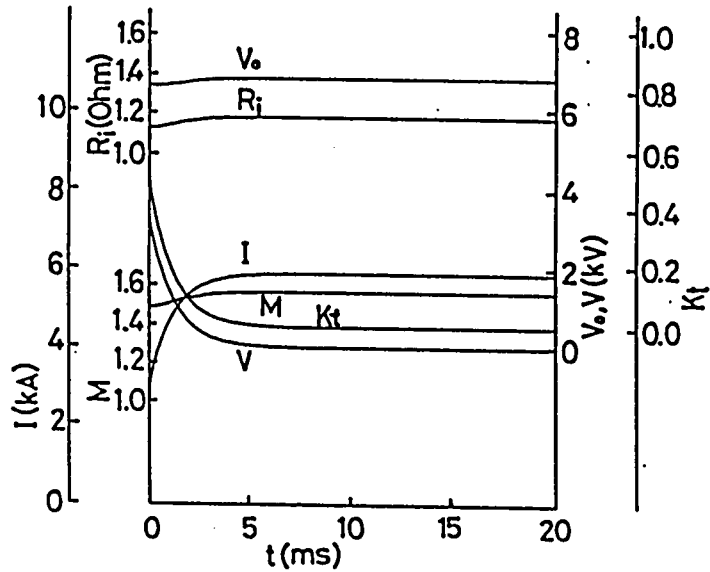
第6. 14図は直流リアクトル $L = 1.35$  mH の場合の発電機出力電圧 $V$ と出力電流 $I$ の関係( $V-I$ 特性)を示す。図中の小円は制御角 $\lambda = 150^\circ$ の点から $\lambda$ を変化させた場合の $V-I$ 特性の計算値である。MHD発電機では内部抵抗 $R_i$ が大きいため、 $V$ は $I$ の増加に対し大きな垂下特性を示し、また $\lambda$ の広い範囲において、安定な動作が可能であることを示している。

第6. 15図は制御角 $\lambda = 150^\circ$ とし、直流リアクトル $L$ を変化させた場合の出力電流 $I$ の脈動率 $\kappa$ の変化を示す。 $L = 0$ の場合 $\kappa \approx 40\%$ であるが、 $L = 13.5$  mH の場合には $\kappa = 1.5\%$ まで減少している。このように $L$ を増加することにより $\kappa$ を急減させることができる。

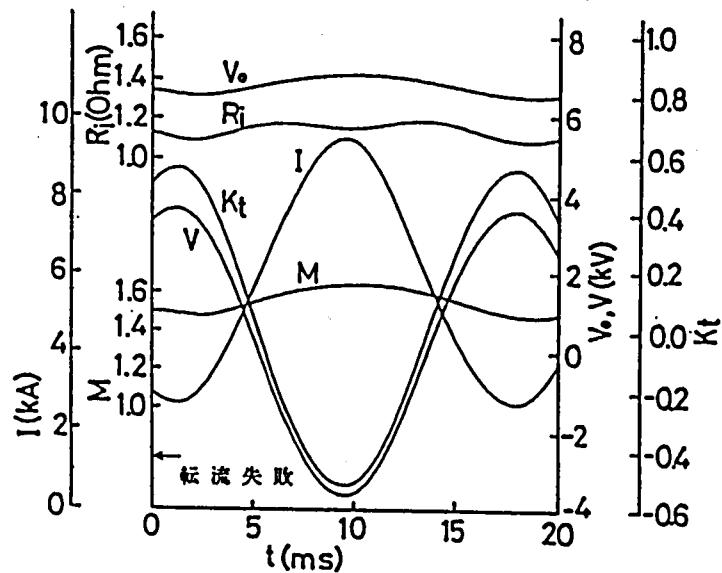
第6. 6図と第6. 15図から $\kappa$ は $L-R_i$ 回路の時定数 $L/R_i$ に依存し、ダイアゴナル形とディスク形において互いに相似の特性を有していることが明らかである。また、第6. 4節で述べたように流体力学的諸量の変動は発電機に機械的振動を生じさせ、また電極間ブレークダウンやアーク現象の一因となる恐れがあるので、直流リアクトルによりできるだけ出力電流の変動を抑えることが望ましいと言える。

## 6. 5. 2 直流側短絡時

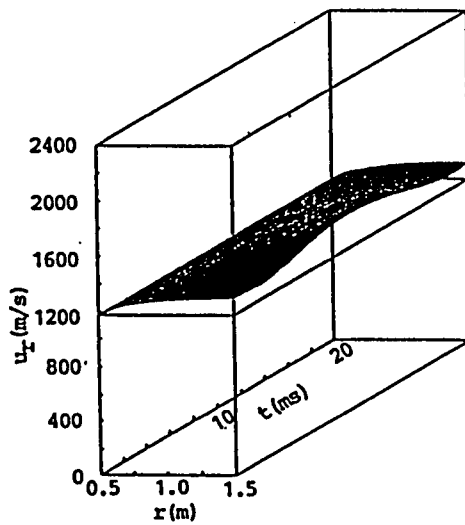
第6. 16図は $t = 0$ でインバータの直流側短絡が生じた時の諸量の過渡特性である。ただし、直流リアクトル $L = 1.35$  mH、制御角 $\lambda = 150^\circ$ としている。出力電流 $I$ は定常時の約 2 倍の $I = 5850$  A まで増加し、 $t = 7$  ms でほぼ一定となっている。 $L = 0$ の場合には $t \approx 3$  ms でほぼ一定値に到達することから、ダイアゴナル形の場合と同様、 $L$ は発電チャネル内諸量の変化速度を抑制する効果があると言える。



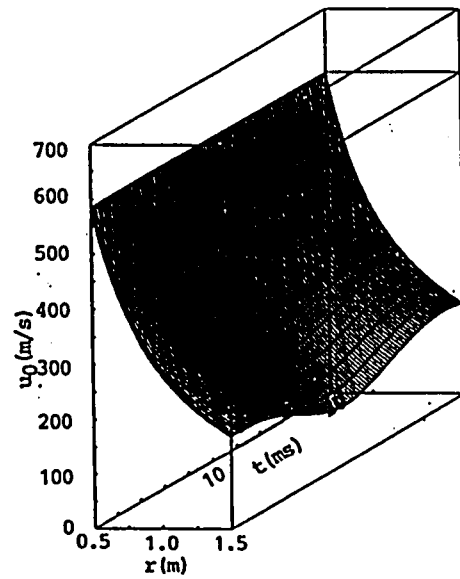
第6. 16図 直流側短絡時の出力電流、誘導起電力、出力電圧、内部抵抗、負荷率およびチャネル出口マッハ数の時間的变化 ( $L = 1.35 \text{ mH}$ 、 $\lambda = 150^\circ$ )



第6. 17図 上下サイリスタ対転流失敗時の出力電流、誘導起電力、出力電圧、内部抵抗、負荷率およびチャネル出口マッハ数の時間的变化 ( $L = 1.35 \text{ mH}$ 、 $\lambda = 150^\circ$ )

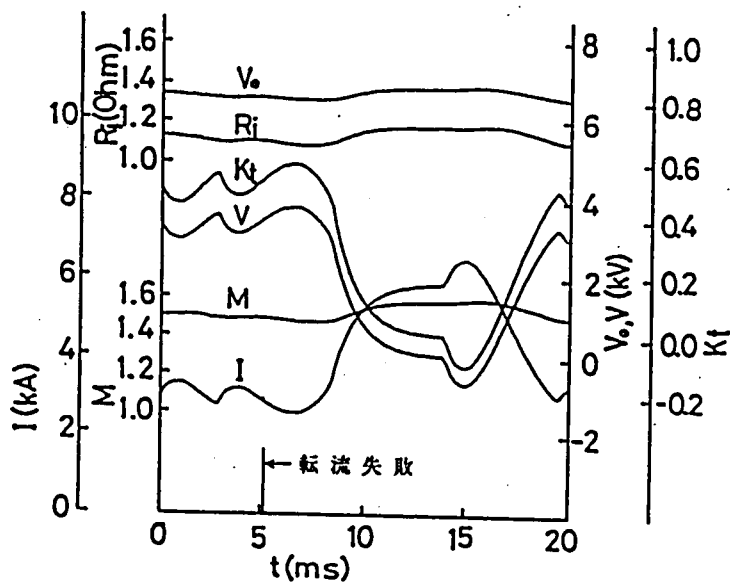


(a)  $r$  成分



(b)  $\theta$  成分

第 6. 18 図 転流失敗時の流速の  $r$  成分および  $\theta$  成分の過渡分布



第 6. 19 図 片側サイリスタ転流失敗時の出力電流、誘導起電力、出力電圧、内部抵抗、負荷率およびチャネル出口マッハ数の時間的变化 ( $L = 1.35$  mH、 $\lambda = 150^\circ$ )

### 6. 5. 3 転流失敗時

第6. 17図はインバータの上下アームのサイリスタ対（第6. 1図の $T_{h1}$ ,  $T_{h5}$ ）に転流失敗があった場合の諸量の計算結果である。ただし、直流リアクトル $L = 1.35$  mH、制御角 $\lambda = 150^\circ$ としている。故障発生後、 $t = 0$ において出力電流 $I$ は大きく変動し、 $t = 9.5$  msで定常値の3.1倍である $I = 9400$  Aまで増加している。また、誘導起電力 $V_o$ は $t = 9.6$  msで定常時の6.3%上昇の $V_o = 7030$  Vまで増加し、内部抵抗 $R_i$ は $f = 120$  Hzの大きな振動を生じている。このように転流失敗時には、負荷率 $K_t$ の変化からわかるように交流側からの電力の逆流が生じ、発電チャネル内のエネルギーを増加させる恐れがある。ちなみに、この場合の電界および電流密度の変動はいずれも大きく、チャネル出口端でそれぞれ $E_r = -46 \sim 48$  V/cm、 $J_r = 4.1 \sim 14.4$  A/cm<sup>2</sup>、 $J_o = -12.3 \sim 2.9$  A/cm<sup>2</sup>であり、 $f = 60$  Hzの大きな振動を生じることが知られた。

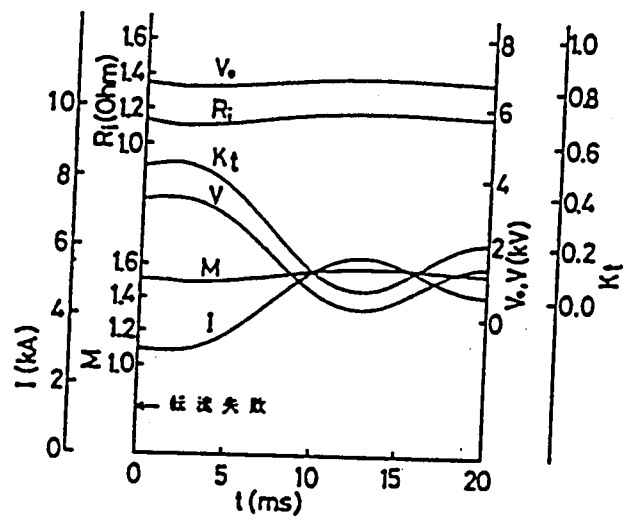
次に、流速 $u$ の $r$ 、 $\theta$ 成分 $u_r$ 、 $u_\theta$ の分布を第6. 18図（a）、（b）に示す。 $u_r$ および $u_\theta$ はチャネル出口端で、定常値からそれぞれ10および40%の大きな振幅を持つ周期 $f = 60$  Hzの振動を生じている。

次に、第6. 19図に転流失敗をサイリスタブリッジの片側（第6. 1図の上側サイリスタ $T_{h1}$ ）に仮定した場合の故障時の諸量の過渡特性を示す。ただし、直流リアクトル $L = 1.35$  mH、制御角 $\lambda = 150^\circ$ である。転流失敗が $t = 5.5$  msで上側サイリスタに生じた後、出力電流 $I$ は増加し、 $t = 10$  msで定常時の2.3倍の $I = 7000$  Aに達している。この場合、負荷率 $K_t$ の特性から明らかなように、 $t = 9 \sim 12$  msの期間に交流側から電力の逆流が生じるが、上下サイリスタ対に転流失敗があった場合の結果に比べて小さい。

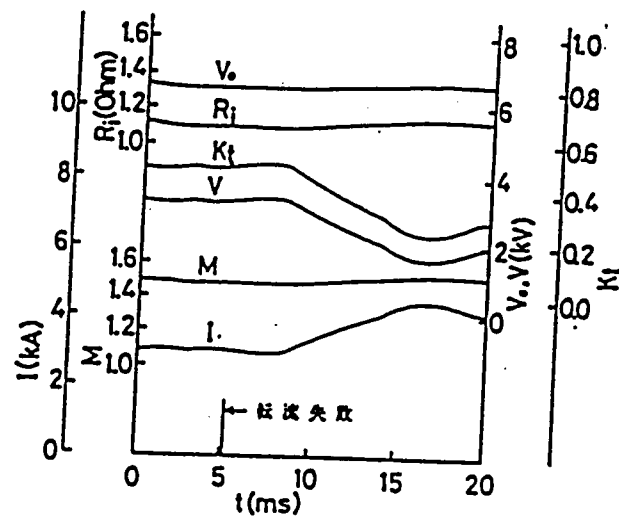
### 6. 5. 4 故障時の過渡特性に対する直流リアクトルの効果

第6. 20図（a）、（b）は直流リアクトル $L$ をそれぞれ第6. 17図と第6. 19図の場合の10倍にし、 $L = 13.5$  mHとした場合の諸量の過渡特性である。 $L$ を増加したことにより、ダイアゴナル形の場合と同様、出力電流 $I$ の変動は緩和され、 $I$ の最大値は両側および片側転流失敗時それぞれ定常時の1.9倍および1.5倍と低減されている。従って、負荷率 $K_t$ の特性に見られるように交流側からの電力の逆流はなく、また他の諸量の変動も非常に小さくなっている。このように、 $L$ 従って回路時定数 $L/R_i$ を大きく選ぶことにより、故障時の出力電流を短絡電流値以下に低減





(a) 転流失敗時



(b) 片側転流失敗時

第6. 20図 直流リアクトル値を10倍にした場合の諸量の  
時間的变化 ( $L = 13.5 \text{ mH}$ ,  $\lambda = 150^\circ$ )

できるなどLの効果は大きい。

## 6. 6 ダイアゴナル形とディスク形の特性の比較

第6. 4および5節に示した解析結果から明らかなように、ダイアゴナル形とディスク形発電機は、定常時および故障時ともほぼ同様な特性が得られた。ディスク形発電機は、本質的にはホール形発電機であり、流体にスワールを加えることによってダイアゴナル形発電機の特性を持たせているため、このような特性が得られると言える。なお、両者の特性の比較により、次のような結果が得られた。

(1) ダイアゴナル形は発電チャンネルが長いため、電氣的諸量と流体力学的諸量の相互作用が大きく、故障時のチャンネル内諸量の時間的变化はディスク形に比べて大きく、特に、転流失敗時の過渡特性に見られるように直流リアクトルが小さい場合に顕著である。

(2) 定常時における発電チャンネル内の電氣的諸量および流体力学的諸量の時間的变化に対する直流リアクトルの抑制効果は非常に大きい。また、発電機の内部抵抗を含めた回路時定数が等しい場合には、ダイアゴナル形とディスク形発電機における流体力学的諸量などの変動はほぼ等しくなる。

## 6. 7 結言

以上、本章においては他励式3相ブリッジインバータに接続されたダイアゴナル形およびディスク形MHD発電機の動作特性の準1次元解析法を導くとともに、同法を駆使して種々数値解析を行なった。得られた主な成果は次の通りである。

(1) インバータの定常運転時および転流失敗など故障時におけるインバータの直流側電流、すなわち、発電機の出力電流の計算式を導出した。

(2) MHD発電機の定常出力電流には交流側からの脈動が生じるため、発電チャンネル内の流体力学的諸量に振動を与えるが、定常時には、出力電流の脈動率が10%程度以上あっても流体力学的諸量はインバータ制御角の広い範囲において安定な動作を示す。また、直流リアクトルは脈動率を低減するのに有効であること、また発電チャンネル内の電界、電流密度や流体力学的諸量の変動を抑制することが発電機の耐久性面からも効果的であることを明らかにした。

(3) インバータの転流失敗などの故障時には、出力電流は急速に増加し、極めて短時間内に発電チャンネル内の流体力学的および電氣的諸量に大きな変動を与えること

ることなど非常に大きな影響を及ぼす危険性があり、その保護対策が必要であることを指摘した。

(4) 直流リアクトルは故障時における電流の急増を抑制するのに有効であり、また、そのインダクタンスを適切に選定することにより、故障時の電流を短絡電流以下に低減でき、発電機に及ぼす故障の影響を小さくすることが可能であることを示した。

(5) ダイアゴナル形は発電チャンネルが長いため、電氣的諸量と流体力学的諸量の相互作用が大きく、故障時のチャンネル内諸量の変動はディスク形に比べて大きい。また、両者は、発電機を含めた回路時定数が等しい場合には定常時および故障時ともほぼ同様な動作特性を示すことが明らかにされた。なおこれは、ディスク形は本質的にはホール形であるが、流体にスワールを加えることによってダイアゴナル形としての特性を持たせているためである。

## 第7章 他励式インバータによるダイアゴナル形MHD発電機 と交流電力系統接続時の相互作用

### 7. 1 緒言

本章では、具体的な交流電力系統を考え、MHD発電機と電力系統を他励式インバータを介して連系した場合の定常特性およびインバータや送電線路の諸故障時における電氣的並びに流体力学的諸量の過渡特性について解析を行う(61)～(64)。

まず、MHD発電機は、次期パイロットプラントとして期待される熱入力 100 MW、電気出力 10 MW 級の単一負荷の超音速流定速度形ダイアゴナル形とする(7)。また電力系統は送電電力が小さいため、66 kV 1 回線送電線路をもつとし、MHD発電機出力はインバータによって交流に変換され、送電線路をへて無限大母線に供給されるものとする。

また、前章で述べたように、他励式インバータは回路構成が簡単であるため信頼性が高く、動作が安定しているなどの長所を有するため、現在の電力変換の分野においては主に他励式インバータが用いられている。従って、MHD発電機の実用化においても他励式インバータの採用が考えられるため、それを用いた具体的な電力系統との接続時における過渡特性解析を行っておく必要がある。このような観点から、本章の解析では他励式インバータを採用することにした。なお、他励式インバータは大きな無効電力や高調波を発生するため、効率改善用の電力用コンデンサを用いる調相器や高調波フィルタを必要とする。従って、本章の解析で調相器および高調波フィルタを設けている。また、インバータを2台縦続接続し、かつその2次側を並列接続するダブルブリッジ方式を採用するなど波形の改善をはかっている。

次に、前章におけると同様、ダイアゴナル形MHD発電機の動作解析は第2章に示した準1次元過渡解析法によって扱うので、本章では同解析法の説明は省略している。そして、まず第7. 2節では、解析対象システムである発電機に連結されたインバータを含む電力回路網の構成およびグラフ理論(55)を適用して求めた回路網の電圧、電流に関する状態方程式を示し、さらにその差分近似式を導いている。第7. 3節では発電機に対する準1次元基礎方程式と回路網に対する状態方程式の差分近似式を用いる数値計算過程について述べている。また、計算の手順をフローチャートに示している。第7. 4節では、計算に用いた発電機の数値条件および電力回路網の回路定数を示している。また、第7. 5節では、システムの定常運転時における発電チャンネル内

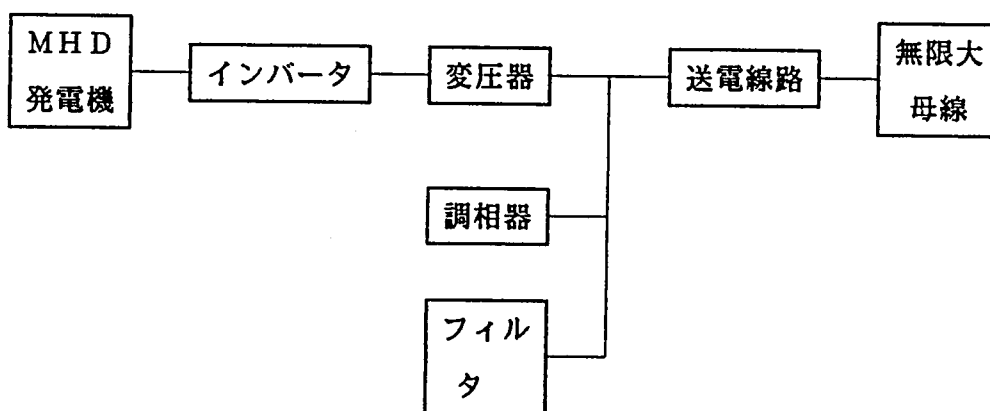
流体力学的諸量や電氣的諸量の分布、送電系統の電圧、電流の波形や高調波成分の含有率、電氣的諸量に対するインバータ制御角の影響などについて述べている。第7.6節ではインバータの転流失敗、送電線路の1線地絡、2線短絡、1線断線故障時における発電チャンネル内の流体力学的諸量や電氣的諸量の過渡分布、送電系統の電圧、電流の時間的变化などについて詳細な解析的検討を行っている。

## 7. 2 電力回路網の解析法

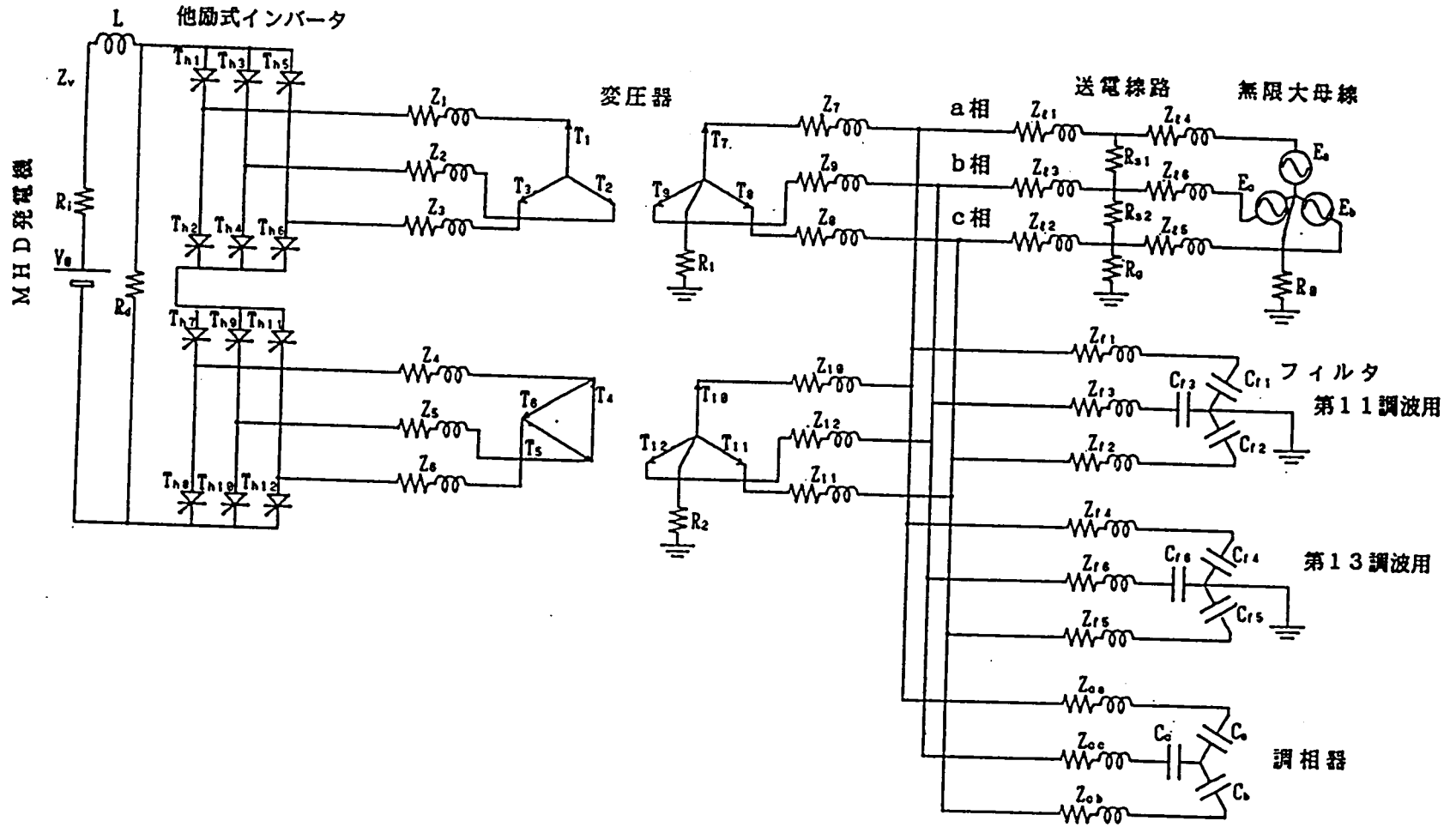
### 7. 2. 1 電力回路網の構成

解析に用いたシステムの構成を第7. 1図に示す。MHD発電機の外部回路はインバータ、変圧器、調相器、高調波フィルタ、送電線路、無限大母線などにより構成されている。

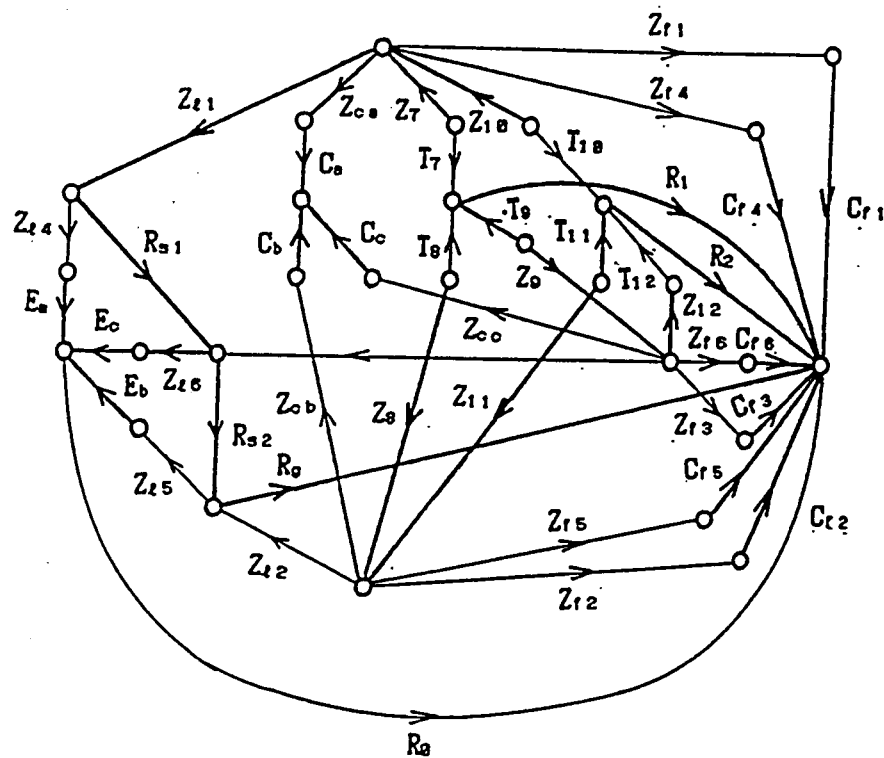
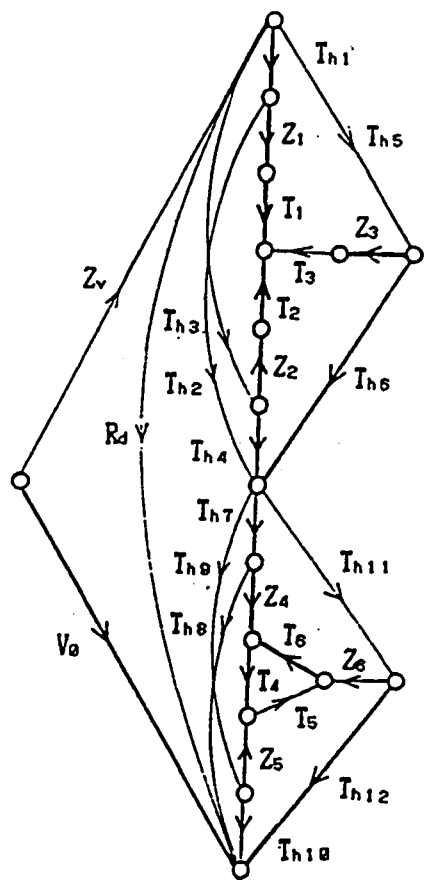
また、第7. 2図は第7. 1図の解析対象システムの詳細な等価回路構成である。第7. 2図において $V_a$ 、 $R_i$ はMHD発電機の起電力および内部抵抗であり、第2章で述べた非定常準1次元電磁流体方程式のMacCormack法による差分近似を用いる数値計算結果から得られる。発電機の出力用インバータには縦続接続した他励式サイリスタブリッジを採用している。サイリスタ $T_{h1} \sim T_{h12}$ は導通時には低抵抗、非導通時には高抵抗を持つ抵抗回路によって模擬し、またサイリスタのターンオンはゲートパルスが入った瞬間、ターンオフはサイリスタ電流が0以下となった瞬間に行われるものとし、ターンオン、ターンオフ時間などは考慮に入れないものとする。また、 $L$ は直流電流の脈動抑制のためのインバータ用直流リアクトルである。なお、スナバ回路は考慮していない。



第7. 1図 解析対象システム構成



第7.2図 解析対象システムの回路構成



第7. 3図 回路網に対する有向グラフ

→ 基準木  
→ 補木

基準木 補木		b				g																								d												w										
		V <sub>0</sub>	E <sub>0</sub>	E <sub>1</sub>	E <sub>2</sub>	T <sub>01</sub>	T <sub>02</sub>	T <sub>03</sub>	T <sub>07</sub>	T <sub>010</sub>	T <sub>012</sub>	Z <sub>1</sub>	Z <sub>2</sub>	Z <sub>3</sub>	Z <sub>4</sub>	Z <sub>5</sub>	R <sub>1</sub>	R <sub>2</sub>	Z <sub>7</sub>	Z <sub>8</sub>	Z <sub>9</sub>	Z <sub>11</sub>	Z <sub>12</sub>	Z <sub>13</sub>	Z <sub>14</sub>	R <sub>5</sub>	R <sub>6</sub>	R <sub>7</sub>	Z <sub>10</sub>	C <sub>11</sub>	C <sub>12</sub>	C <sub>13</sub>	C <sub>14</sub>	C <sub>15</sub>	C <sub>16</sub>	C <sub>17</sub>	C <sub>18</sub>	C <sub>19</sub>	C <sub>20</sub>	T <sub>1</sub>	T <sub>2</sub>	T <sub>3</sub>	T <sub>6</sub>	T <sub>9</sub>	T <sub>11</sub>							
l	Z <sub>0</sub>	-1				1	1		1	1		1	-1		1	-1																											1	-1	-1							
	R <sub>0</sub>					-1	-1		-1	-1		-1	1		-1	1																											-1	1	-1							
	T <sub>02</sub>						-1						-1	1																													-1	1								
	T <sub>03</sub>					-1							-1	1																													-1	1								
	T <sub>05</sub>					-1	-1	1					-1	1																												-1	1									
	T <sub>08</sub>									-1						-1	1																										-1									
	T <sub>09</sub>							-1								-1	1																										-1									
	T <sub>011</sub>							-1	-1	1						-1	1																										-1									
	Z <sub>6</sub>									1	-1					-1																											1	1								
	Z <sub>12</sub>																			-1					1																			-1								
	Z <sub>13</sub>																		-1				1																					-1								
	Z <sub>14</sub>																																												-1							
	Z <sub>15</sub>																																												-1							
	Z <sub>16</sub>																																												-1							
	Z <sub>17</sub>																																												-1							
	Z <sub>18</sub>																																												-1							
	Z <sub>19</sub>																																												-1							
	Z <sub>20</sub>																																												-1							
	k	T <sub>1</sub>																																														-1				
		T <sub>6</sub>																																												1	1					
T <sub>7</sub>																																															-1					
T <sub>8</sub>																																																				
T <sub>10</sub>																																																				
T <sub>12</sub>																																																				

第7. 1表 タイセット行列の主要部W



インバータ出力用変圧器には、インバータの転流動作により生じる交流出力電流の第5、第7調波除去のためY-Y、 $\Delta$ -Y結線を採用し、波形の改善を計っている。変圧器は巻線比と1次、2次漏れインピーダンス $Z_1 \sim Z_{12}$ により与え、また、2次側Y結線については、その中性点を高抵抗 $R_1$ 、 $R_2$ で接地している。

また、他励式インバータは転流動作の際、大きな無効電力（制御角 $\lambda = 150^\circ$ でMHD発電機出力の約1/2）を消費するため、力率改善用のコンデンサ調相器を設けている。また、送電線電流の第11、第13調波用フィルタを設けている。フィルタおよび調相器の設計にあたり、フィルタにも調相機能を持たせている。 $C_{r1} \sim C_{r6}$ はフィルタ用コンデンサの容量、 $C_a$ 、 $C_b$ 、 $C_c$ は調相器用コンデンサの容量、 $Z_{r1} \sim Z_{r6}$ はフィルタ用インピーダンス、 $Z_a$ 、 $Z_b$ 、 $Z_c$ は調相用インピーダンスである。 $Z_{t1} \sim Z_{t6}$ は送電線のインピーダンスである。また、送電電力が小さいため1回線送電線路とし、無限大母線に接続されているものとする。また、直流側の $R_d$ 、送電線路の $R_{s1}$ 、 $R_{s2}$ 、 $R_{s3}$ は直流側短絡、線路の地絡、短絡故障などの模擬用抵抗であり、定常時には高抵抗としている。

## 7. 2. 2 電力回路網の解析法

電力回路網の解析法について述べる。まず、回路網の状態方程式を構築するため、グラフ理論(55)に基づき基準木と補木を決める。基準木の選び方は便宜上、次の規則に従って行うものとする。

1) 電圧源、アドミタンスは基準木に選ぶ。

2) 変圧器の1次側と2次側の対応する巻線は、どちらか片方だけを基準木に選ぶ。その結果、補木および基準木に選んだ枝の集合はそれぞれ次のような構成となる。

補木	；	インピーダンス枝の集合	：	$l$
		変圧器巻線枝の集合	：	$k$
基準木	；	電圧源枝の集合	：	$b$
		インピーダンス枝の集合	：	$g$
		アドミタンス枝の集合	：	$d$
		変圧器巻線枝の集合	：	$w$

ただし、 $l$ 、 $k$ 、 $b$ 、 $g$ 、 $d$ 、 $w$ は枝集合を表わし、以後の記述においては、枝集合の行列やベクトルの添字として用いている。

枝集合  $l$ 、 $k$ 、 $b$ 、 $g$ 、 $d$ 、 $w$  に対する枝数をそれぞれ  $N_l$ 、 $N_k$ 、 $N_b$ 、 $N_g$ 、 $N_d$ 、 $N_w$  とすると、タイセット行列の主要部  $W$  は  $(N_l + N_k)$  行、 $(N_b + N_g + N_d + N_w)$  列の行列となる。

$$W = \begin{bmatrix} W_{lb} & W_{lg} & W_{ld} & W_{lw} \\ W_{kb} & W_{kg} & W_{kd} & W_{kw} \end{bmatrix} \quad (7.1)$$

ただし、 $W_{lb}$ 、 $W_{lg}$ 、 $\dots$ 、 $W_{kw}$  は枝集合  $l$ 、 $k$ 、 $b$ 、 $g$ 、 $d$ 、 $w$  による小行列である。

第7.3図は、第7.2図に示した電力回路網に対し、グラフ理論に基づき各枝に方向付けをした有向グラフである。同図において  $\longrightarrow$  は基準木を、 $\dashrightarrow$  は補木をそれぞれ表わす。このようにして得られた基準木と補木の各枝に対して、順方向を+、逆方向を-とするタイセット行列の主要部  $W$  を作ると第7.1表に示すようになる。

また、枝集合  $l$ 、 $k$ 、 $b$ 、 $g$ 、 $d$ 、 $w$  の各枝電圧を列ベクトル  $v_l$ 、 $v_k$ 、 $v_b$ 、 $v_g$ 、 $v_d$ 、 $v_w$  で表すと、枝電圧ベクトル  $v$  は次式で表わされる。

$$v = \begin{bmatrix} v_l \\ v_k \\ v_b \\ v_g \\ v_d \\ v_w \end{bmatrix} \quad (7.2)$$

従って、回路網のタイセット方程式は、次式で表わされる。

$$\begin{bmatrix} U & W \end{bmatrix} v = 0 \quad (7.3)$$

なお、 $U$  は単位行列、 $0$  は零行列である。

(7.3) 式を、それぞれ  $v_l$ 、 $v_k$  を含む式に分けると、次のようになる。

$$v_l + W_{lb} v_b + W_{lg} v_g + W_{ld} v_d + W_{lw} v_w = 0 \quad (7.4a)$$

$$v_k + W_{kb} v_b + W_{ko} v_o + W_{kd} v_d + W_{kw} v_w = 0 \quad (7.4b)$$

次に、変圧器を理想変圧器として取り扱い、変圧比を表す行列を  $K$  とすると

$$v_k = K v_w \quad (7.5)$$

の関係が成立する。

従って、(7.3)、(7.4)、(7.5) 式から次の電圧方程式 (KVL) が得られる。

$$\begin{bmatrix} U & Z_{eo} & Z_{ed} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_e \\ v_o \\ v_d \end{bmatrix} = Z_{eb} v_b \quad (7.6)$$

ただし、

$$W_i = [W_{kw} + K]^{-1} \quad (7.7a)$$

$$Z_{eo} = W_{eo} - W_{ew} W_i W_{ko} \quad (7.7b)$$

$$Z_{ed} = W_{ed} - W_{ew} W_i W_{kd} \quad (7.7c)$$

$$Z_{eb} = W_{ew} W_i W_{kb} - W_{eb} \quad (7.7d)$$

一方、カットセット行列の主要部は タイセット行列の主要部  $W$  に対し、 $-W^T$  となることが知られている。従って、前述の枝電圧ベクトルと同様に、枝電流を列ベクトル  $i$  で表すと、回路網のカットセット方程式は、次式のようになる。

$$\begin{bmatrix} -W^T & U \end{bmatrix} i = 0 \quad (7.8)$$

ただし、

$$i = \begin{bmatrix} i_e \\ i_k \\ i_b \\ i_o \\ i_d \\ i_w \end{bmatrix} \quad (7.9)$$

また (7.8) 式を  $i_b$ 、 $i_g$ 、 $i_c$ 、 $i_w$  をそれぞれ含む式に分けると

$$-W_{be} i_e - W_{bk} i_k + i_b = 0 \quad (7.10a)$$

$$-W_{ge} i_e - W_{gk} i_k + i_g = 0 \quad (7.10b)$$

$$-W_{de} i_e - W_{dk} i_k + i_d = 0 \quad (7.10c)$$

$$-W_{we} i_e - W_{wk} i_k + i_w = 0 \quad (7.10d)$$

ただし、 $W_{be}$ 、 $W_{ge}$ 、 $\dots$ 、 $W_{wk}$  は  $W^T$  から得られる小行列である。

また、(7.5) 式と同様、変圧器の変圧比を表す行列  $K$  を用いると、 $i_w$  と  $i_k$  間に

$$i_w = -K i_k \quad (7.11)$$

なる関係が成立する。従って、(7.10)、(7.11) 式より次の電流方程式 (KCL) が得られる。

$$\begin{bmatrix} Y_{ge} & U & 0 \\ Y_{de} & 0 & U \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_e \\ i_g \\ i_d \end{bmatrix} = 0 \quad (7.12)$$

ただし、

$$Y_{ge} = -W_{ge} + W_{gk} W_2 W_{we} \quad (7.13a)$$

$$Y_{de} = -W_{de} + W_{dk} W_2 W_{we} \quad (7.13b)$$

$$W_2 = (W_{we} + K)^{-1} \quad (7.14c)$$

次に、枝集合  $e$ 、 $g$ 、 $d$  に対する電圧電流間の関係式は次のようになる。

$$v_e + (L_e \frac{d}{dt} + R_e) i_e = 0 \quad (7.15a)$$

$$v_g + (L_g \frac{d}{dt} + R_g) i_g = 0 \quad (7.15b)$$

$$i_d + (C_d \frac{d}{dt} + G_d) v_d = 0 \quad (7.15c)$$

ただし、 $L$ 、 $R$ 、 $C$ 、 $G$  は、それぞれ各枝のリアクタンス、抵抗、キャパシタンス、コンダクタンスを対角線上に並べた対角行列である。

従って、(7.6)、(7.12)、(7.15) 式を連立させることにより、枝電圧  $v$ 、枝電

流  $i$  を未知ベクトルとする状態方程式が導出される。すなわち、枝集合  $l + g + c$  に対する枝数を  $N_l + N_g + N_d$  とすると、状態方程式は次の  $2 \times (N_l + N_g + N_d)$  元 1 階常微分方程式となる。

$$P dX/dt + QX = S \quad (7.16)$$

ただし、

$$P = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -L_l & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -L_g & 0 \\ 0 & 0 & -C_d & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad X = \begin{bmatrix} v_l \\ v_g \\ v_d \\ i_l \\ i_g \\ i_d \end{bmatrix},$$

$$Q = \begin{bmatrix} U & Z_{lg} & Z_{ld} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & Y_{gl} & U & 0 \\ 0 & 0 & 0 & Y_{gd} & 0 & U \\ U & 0 & 0 & -R_l & 0 & 0 \\ 0 & U & 0 & 0 & -R_g & 0 \\ 0 & 0 & -G_d & 0 & 0 & U \end{bmatrix}, \quad S = \begin{bmatrix} Z_{lb} v_b \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (7.17)$$

数値計算を行うため、(7.16) 式を差分近似式で書き表わすと

$$P \{X^n - X^{n-1}\} / \Delta t + QX^{n-1} = S^n \quad (7.18)$$

従って、

$$X^n = (P + \Delta t Q)^{-1} (P X^{n-1} + \Delta t S^n) \quad (7.19)$$

ただし、 $X^n$ 、 $S^n$  は  $X$ 、 $S$  の  $t = n \Delta t$  ( $n = 1, 2, 3, \dots$ ) での値、 $X^{n-1}$  は  $t = (n-1) \Delta t$  での値である。一方、 $S^n$  は既知電圧源ベクトル  $v_b$  から独立に求めることができるので、上式を用いて、 $X^n$  を求めることができる。

### 7. 3 数値計算過程

前節で述べたように、MHD発電機は第2章で述べた非定常準1次元基礎方程式のMacCormack法による差分近似を用いて解析し、一方、連系される電力回路網の電圧、電流は前節で求めた状態方程式の差分近似により解いている。すなわち、MHD発電機の基礎方程式と回路網に対する状態方程式を連立して解くことは困難であるため、それらの方程式をそれぞれ独立に解いている。しかしながら、MHD発電機と電力系統の連系システムにおける相互作用を考慮する必要があるため、各計算ステップでそれぞれの解を発電機と電力回路網の結合点における入力として与えることによって結合するという解析手法を用いた。

MHD発電機と電力回路網間はインバータの直流側で接続している。MHD発電機チャンネル内の流体力学的諸量、電気的諸量は出力電流 $I$ を入力として計算される。一方、回路網の各枝電圧、電流はMHD発電機を起電力 $V_0$ と内部抵抗 $R_i$ の等価電源とみなすことにより計算することができる。 $V_0$ と $R_i$ はチャンネル内諸量の分布状態から求められ、また、 $I$ は回路網計算で得られるインバータ直流側電流 $i_d$ である。

上記した計算を繰り返すことにより相互作用を考慮した諸量を求めることができる。

数値計算の過程は次の通りである。また、数値解析に用いた計算のフローチャートを第7.4図に示す。

(1) 発電チャンネル入口での圧力、温度、流速などの流体条件、チャンネル長、印加磁束密度、出力電流など(第7.2表参照)を与える。

(2) (2.43)～(2.45)式に示した連立常微分方程式を(1)の条件および定数値をもとにRunge-Kutta-Gill法により解き、チャンネル断面積 $A$ 、流体力学的諸量 $p$ 、 $T$ 、 $u$ 、電気的諸量 $E$ 、 $J$ などの分布を求める。

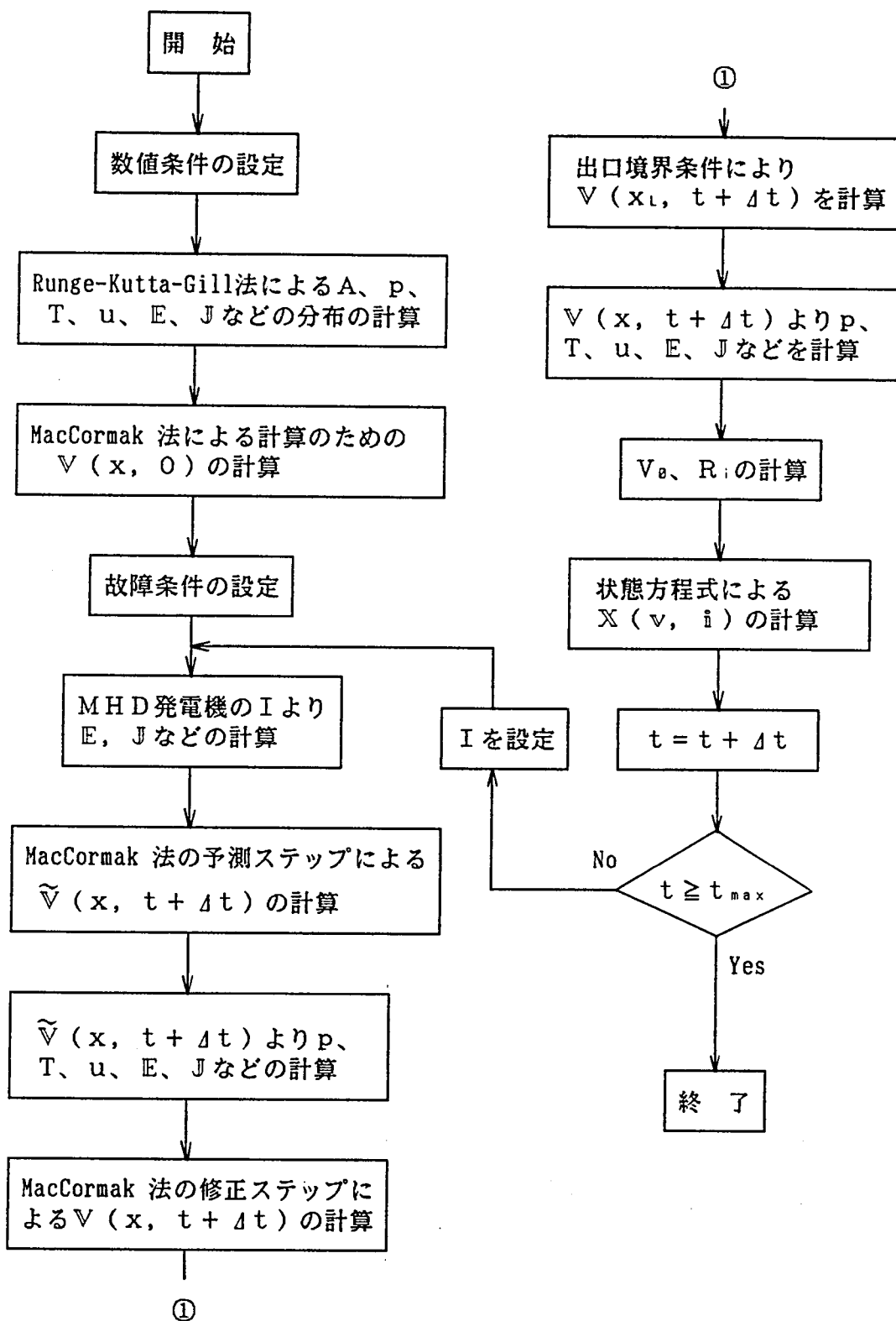
(3) (2)において求められた流体力学的諸量から(2.12)～(2.15)式により初期値 $\tilde{V}(x, 0)$ を計算する。

(4) 計算条件(定常時、送電線路故障時など)および出力電流 $I$ を与える。

(5) (2.18)～(2.24)式により、チャンネル内の $E$ 、 $J$ を計算する。

(6) (2.40)式により予測ステップの計算を行い、 $\tilde{V}_j^{k+1} = \tilde{V}(x, t + \Delta t)$ を求める。

(7)  $\tilde{V}(x, t + \Delta t)$ よりチャンネル内の $p$ 、 $T$ 、 $u$ 、 $\alpha$ 、 $\beta$ を求める。またそれらの値より $E$ 、 $J$ を求める。



第7. 4図 数値計算のフローチャート

(8) (2.41) 式により修正ステップの計算を行い、 $\nabla_j^{k+1} = \nabla(x, t + \Delta t)$  を求める。

(9) (2.48) 式の下流境界条件により  $\nabla(x_L, t + \Delta t)$  を求める。

(10)  $\nabla(x, t + \Delta t)$  よりチャンネル内の  $p$ 、 $T$ 、 $u$ 、 $\alpha$ 、 $\beta$  を求める。またそれらの値より  $E$ 、 $J$  を求める。

(11) (2.26)、(2.27) 式により発電機起電力  $V_g$ 、内部抵抗  $R_i$  を計算する。

(12) (7.19) 式の状態方程式により電力回路網の  $X^{n+1}$ 、つまり各枝の電圧  $v$ 、電流  $i$  を計算する。

(13)  $t = t + \Delta t$  が  $t_{max}$  を越えていれば計算を終了し、そうでなければ枝電流  $I$  を求め、(5) へ戻る。ただし、 $t_{max}$  は計算打ち切り時間である。

#### 7. 4 数値条件

MHD 発電機の作動流体として前章までの解析におけると同様、重油空気燃焼ガスにカリウムを 1 wt% シードしたものをを用いる。従って、流体の導電率  $\sigma$ 、ホールパラメータ  $\beta$ 、エンタルピー  $h$ 、ガス定数  $R$  は (3.1) ~ (3.4) 式により与えられる。

本章の解析では、熱入力 100 MW 級のダイアゴナル形 MHD 発電機(7)を対象とし、流体力学的諸量の計算に対して境界層での粘性損失、熱伝達、熱放射損失などを考慮し、また電氣的諸量の計算では電極部での電圧降下、電極の有限分割、プラズマ不均一性の効果、壁面でのリーク電流などを考慮し、修正を加えている。

計算に用いた発電機は単一負荷の超音速流定速形ダイアゴナル発電機で、その数値条件を第 7. 2 表に示す。

第 7. 2 表 ダイアゴナル形 MHD 発電機の計算に用いた数値条件

入口圧力	$p_0 = 2.1$	atm	印加磁束密度	$B = 2.0 + 2.8x$	$T(0 \leq x \leq 1m)$
入口流速	$u_0 = 1100$	m/s		$= 4.8 - 0.37(x-1)$	$T(1 \leq x \leq 4m)$
入口温度	$T_0 = 2550$	K		$= 3.7 - 1.7(x-4)$	$T(4 \leq x \leq 5m)$
質量流量	$m_0 = 25$	Kg/s	ダイアゴナル角	$\phi = 45^\circ$	
熱入力	$P_0 = 111$	MW	チャンネル長	$X_L = 5$	m



定常時に対する計算により得られた発電特性は第7. 3表に示す通りである。

第7. 3表 ダイアゴナル形発電機の定常発電特性

入口マッハ数	$M_0 = 1.18$	電気出力	$P_w = 10.5 \text{ MW}$
エンタルピー抽出率	$\eta = 9.46 \%$	出力電流	$I = 820 \text{ A}$
誘導起電力	$V_0 = 25.4 \text{ kV}$	短絡電流	$I_s = 1650 \text{ A}$
内部抵抗	$R_i = 15.4 \Omega$	負荷率	$K_t = 0.50$

次に、解析に用いた電力回路網の線路インピーダンス、変圧器インピーダンスなどの回路定数を第7. 4表に示す。なお、無限大母線相電圧  $e_a, e_b, e_c$  の実行値  $E_a = E_b = E_c = 66/\sqrt{3} \text{ kV}$  ( $f = 60\text{Hz}$ ) としている。

第7. 4表 電力回路網の計算に用いた回路定数

直流リアクトル:  $L = 100 \text{ mH}$

サイリスタ:  $T_{h1} \sim T_{h12} = 0.01 \Omega$  (導通時)、 $10^7 \Omega$  (遮断時)

変圧器1次漏れインピーダンス:  $Z_1 \sim Z_6 = 0.007 \Omega, 0.18 \text{ mH}$

変圧器2次漏れインピーダンス:  $Z_7 \sim Z_{12} = 1.5 \Omega, 40 \text{ mH}$

線路インピーダンス:  $Z_{l1} \sim Z_{l3} = 1.2 \Omega, 12.5 \text{ mH}$

線路および無限大母線側変圧器インピーダンス:  $Z_{l4} \sim Z_{l6} = 2.7 \Omega, 55 \text{ mH}$

第11調波フィルタ:  $Z_{f1} \sim Z_{f3} = 6.34 \Omega, 76.5 \text{ mH}, C_{f1} \sim C_{f3} = 0.761 \mu\text{F}$

第13調波フィルタ:  $Z_{f4} \sim Z_{f6} = 5.37 \Omega, 54.8 \text{ mH}, C_{f4} \sim C_{f6} = 0.761 \mu\text{F}$

調相器:  $Z_{ca} \sim Z_{cc} = 2.10 \Omega, 0.278 \text{ mH}, C_a \sim C_c = 1.52 \mu\text{F}$

変圧器接地抵抗:  $R_0 = 0 \Omega, R_1, R_2 = 300 \Omega$

故障模擬用抵抗:  $R_0, R_{s1}, R_{s2} = 10^{10} \Omega$  (定常時)、 $10^{-6} \Omega$  (故障時)

変圧器の巻線比:  $n_1 = 15$  (Y-Y)、 $n_2 = 15/\sqrt{3}$  ( $\Delta$ -Y)

高調波フィルタおよび調相器の尖鋭度:  $Q = 50$

## 7. 5 定常特性

第7. 5 図に他励式インバータの制御角 $\lambda$ と無限大母線相電圧 $e_a$ ,  $e_b$ ,  $e_c$ との関係を示す。本章の解析では、同図に示すように相電圧 $e_a$ と $e_b$ との交点を基準点にとり、基準点からの遅れ角 $\lambda$ で制御角を定める。また、本章の解析においても第6章におけると同様、 $\lambda = 150^\circ$ を基準角とする。

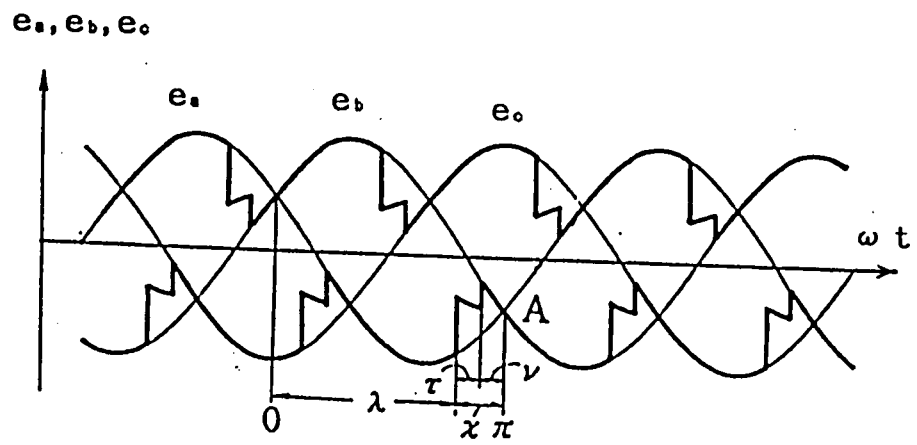
第7. 6 図(a)、(b)はMHD発電機と電力系統との連系時における発電機出力電圧 $V$ および出力電流 $I$ の過渡状態から定常状態への変移を示すが、 $t = 15 \text{ ms}$ で定常値 $V = 13.5 \text{ kV}$ 、 $I = 787 \text{ A}$ に達している。ただし、インバータの制御角 $\lambda = 150^\circ$ としている。また、この場合の発電機の誘導起電力 $V_g = 25.7 \text{ kV}$ 、内部抵抗 $R_i = 15.5 \Omega$ 、出力電力 $P_w = 10.6 \text{ MW}$ 、負荷率 $K_t = 0.526$ であり、第7. 2表に示した定常特性と良く一致している。また、 $V$ 、 $I$ の周期的変動は12個のサイリスタ $T_{h1} \sim T_{h12}$ の転流動作に起因するものであり、交流基本周波数の12倍となっている。

第7. 7 図(a)～(b)にはサイリスタ $T_{h1}$ の電圧 $V_{Th1}$ およびサイリスタ $T_{h1}$ 、 $T_{h3}$ 、 $T_{h5}$ の電流 $i_{Th1}$ 、 $i_{Th3}$ 、 $i_{Th5}$ の波形を示す。 $V_{Th1}$ の負の領域が転流余裕角 $\nu$ 、 $i_{Th1}$ 、 $i_{Th3}$ 、 $i_{Th5}$ の波形の重なる部分が転流重なり角 $\tau$ であり、 $\lambda = 150^\circ$ では $\nu = 24.8^\circ$ 、 $\tau = 5.2^\circ$ となっている。

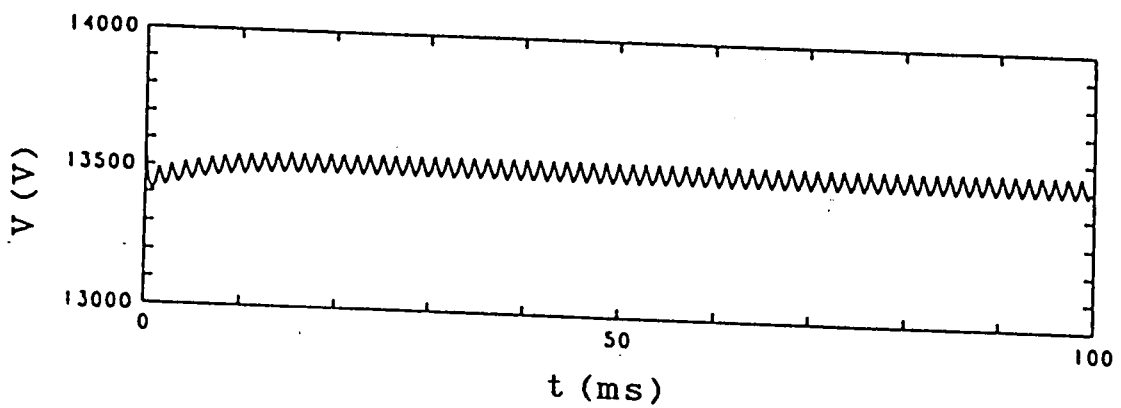
第7. 8 図(a)、(b)、(c)はそれぞれ第11調波フィルタa相電流 $i_{r11}$ 、調相回路a相電流 $i_{oa}$ および送電線電流 $i_a$ 、 $i_b$ 、 $i_c$ を示す。同図(a)、(b)の $i_{r11}$ 、 $i_{oa}$ にはそれぞれ主として第11調波成分または基本波成分が現れており、フィルタおよび調相器が有効に働いていることがわかり、また同図(c)の $i_a$ 、 $i_b$ 、 $i_c$ から歪の少ない安定な3相正弦波電流が得られることが明かである。さらに、フィルタの設定値通り受電端(無限大母線)での力率 $F_p = 1.0$ が得られた。

第7. 9 図(a)、(b)は発電機出力電流 $I$ の直流分に対する高調波成分の含有率 $\kappa_H$ とa相送電線電流 $i_a$ の基本波に対する高調波成分の含有率 $\kappa_H$ 分布を示す。 $I$ には第 $12n$  ( $n=1, 2, \dots$ ) 偶数調波が含まれてるが、最大の第12調波でも $\kappa_H \pm 0.14\%$ に低減されている。また、 $i_a$ には第 $12n \pm 1$  奇数調波成分が含まれているが、第11、第13調波は変圧器1次側電流にそれぞれ $\kappa_H \pm 9\%$ 、 $7\%$ 含まれていたものが、フィルタによりそれぞれ $\kappa_H \pm 1.6\%$ 、 $1.0\%$ まで低減されている。また、同図より1次側電流に含まれていたそれぞれ $\kappa_H \pm 15\%$ 、 $12\%$ の第5、第7調波は変圧器の2次側では消滅していることが明かである。

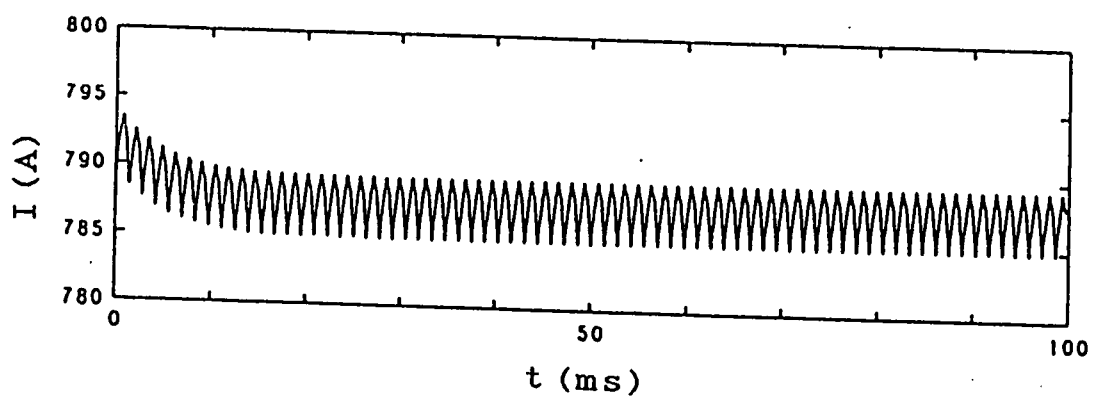
第7. 10 図は発電チャネル内流速 $u$ の空間的並びに時間的变化を示す。 $u$ の変動



第7. 5図 インバータの制御角と無限大母線相電圧との関係

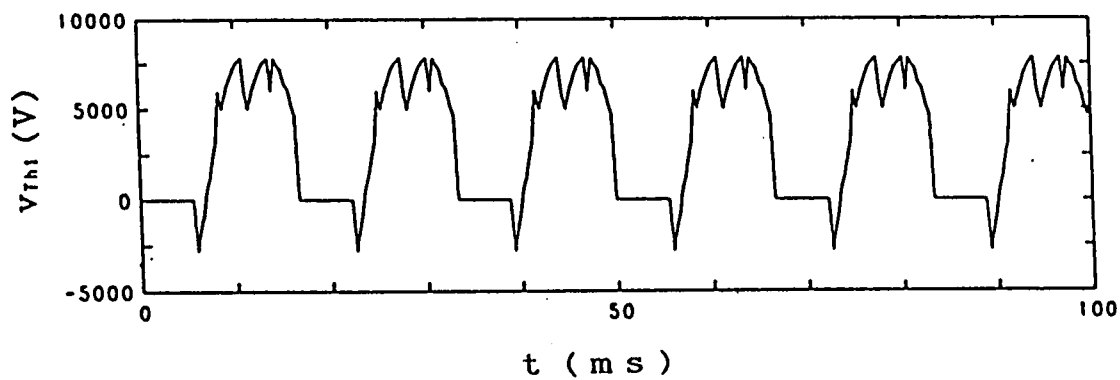


(a) 出力電圧

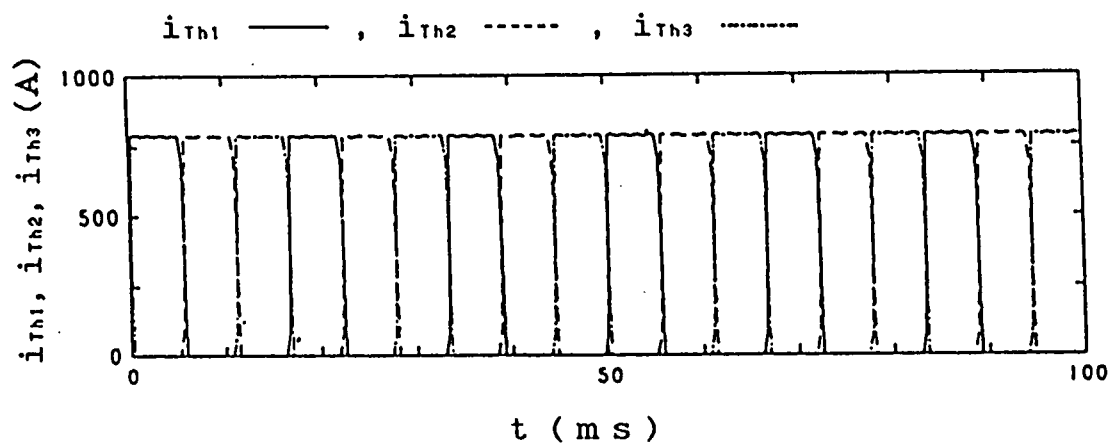


(b) 出力電流

第7. 6図 発電機出力電圧および出力電流の時間的变化

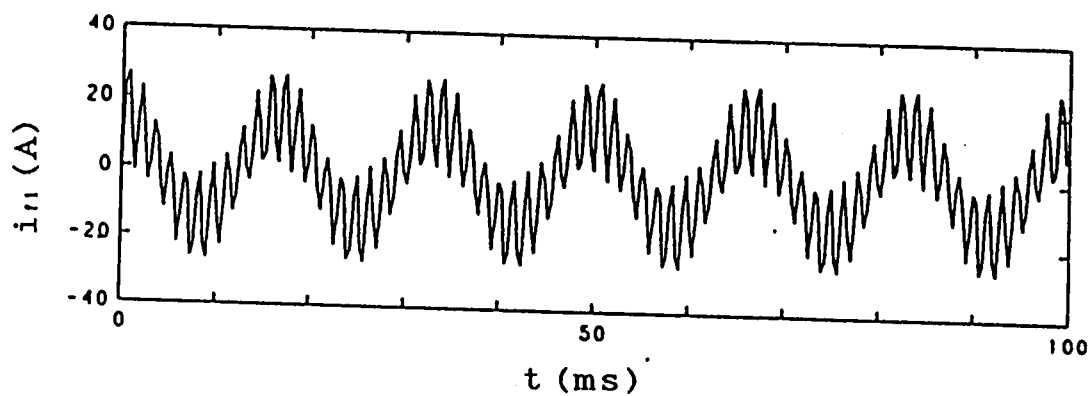


(a)  $T_{h1}$  の電圧波形

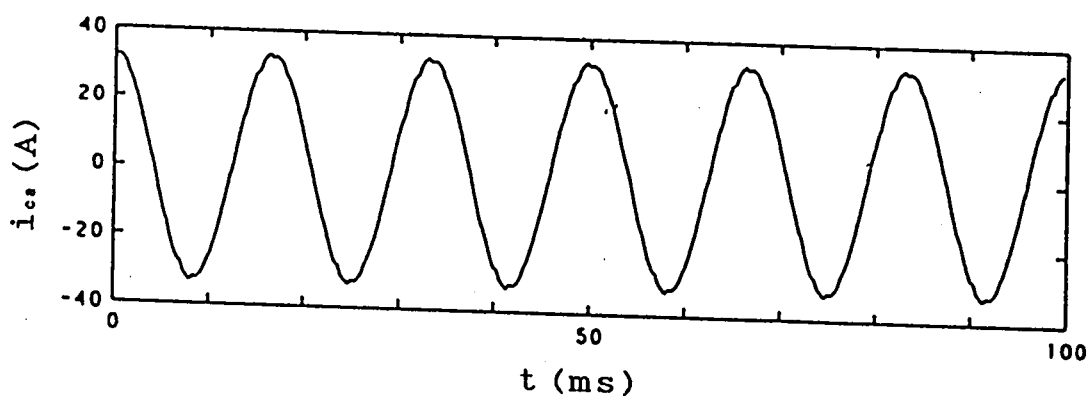


(b)  $T_{h1}$ 、 $T_{h3}$ 、 $T_{h5}$  の電流波形

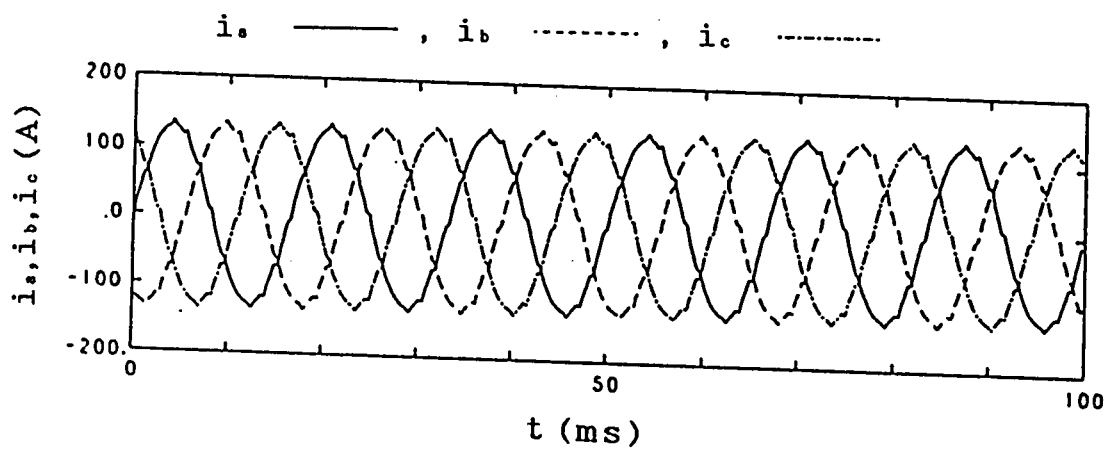
第7. 7図 サイリスタ  $T_{h1}$  の電圧波形および  $T_{h1}$ 、 $T_{h3}$ 、 $T_{h5}$  の電流波形



(a) 第 11 調波フィルタ a 相電流

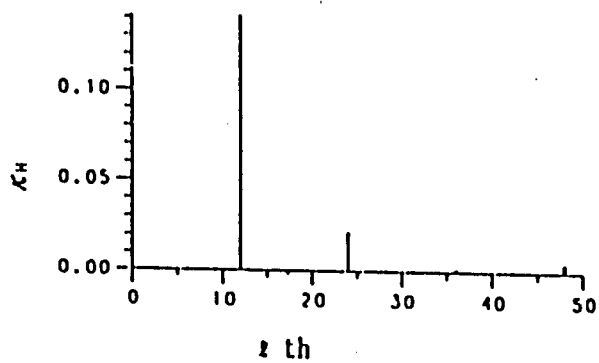


(b) 調相回路 a 相電流

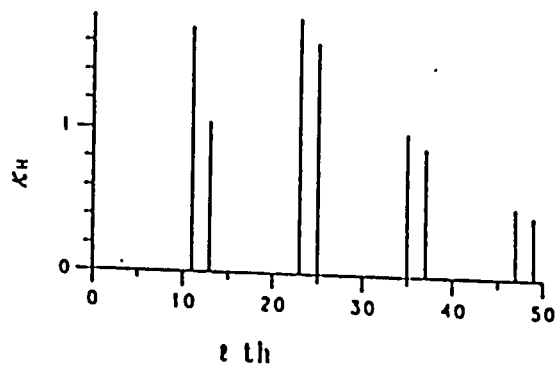


(c) 送電線電流

第 7. 8 図 第 11 調波フィルタ a 相電流、調相回路  
a 相電流および送電線電流の時間的变化

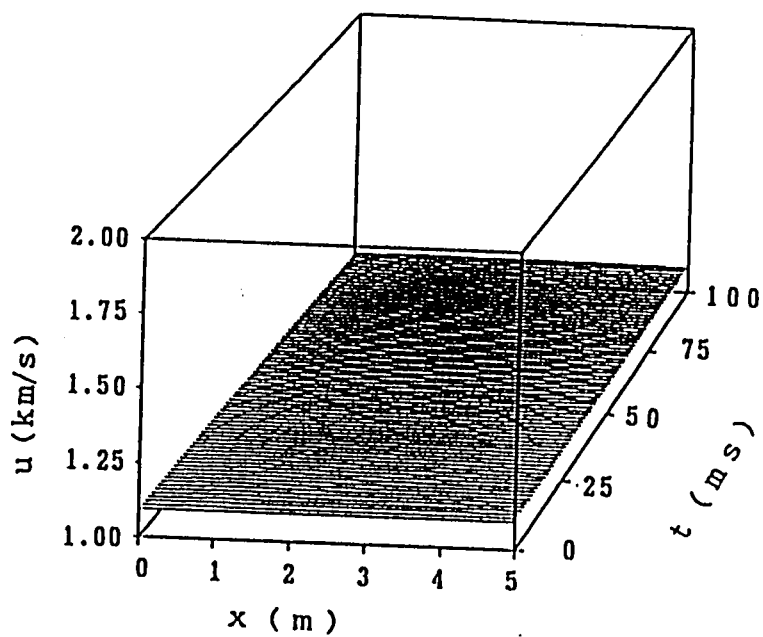


(a) 発電機出力電流

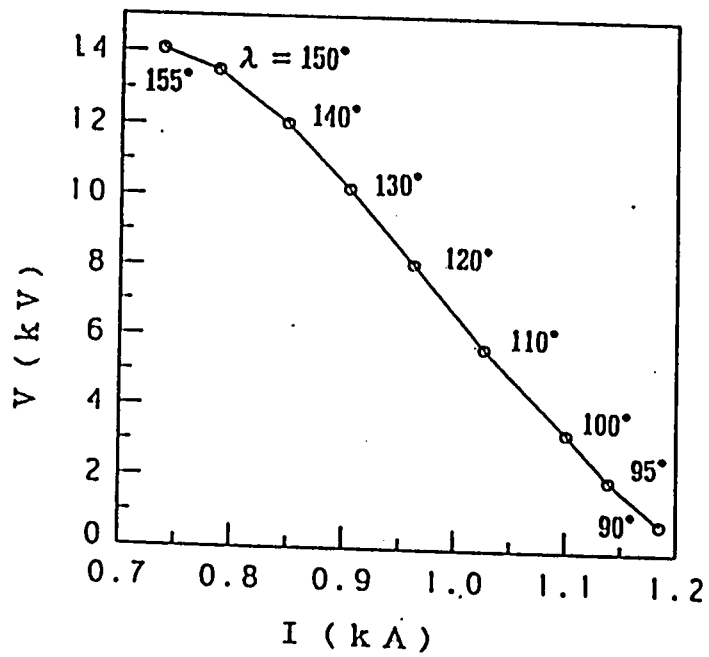


(b) 送電線電流 (\$i\_1\$)

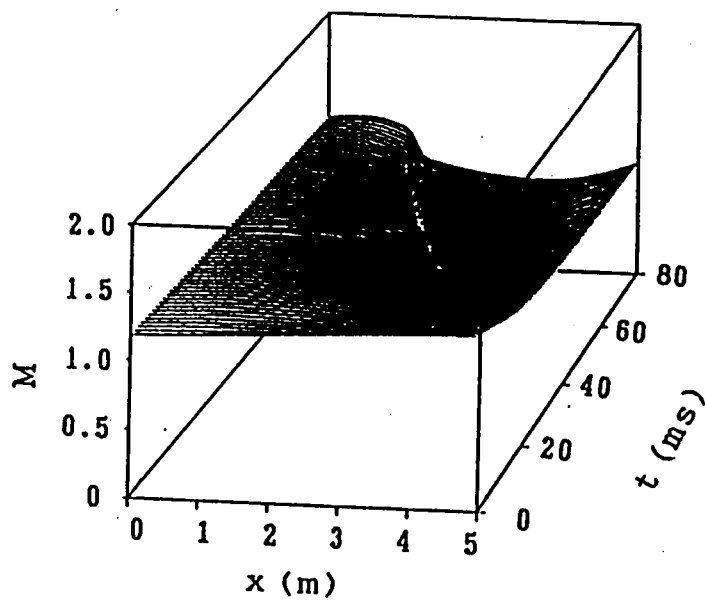
第7. 9 図 発電機負荷電流と送電線電流の高調波成分



第7. 10 図 定常時の流速分布



第7. 1 1 図 発電機端子電圧と負荷電流の関係



第7. 1 2 図 制御角を150° から160° に急変した時のマッハ数の過渡分布

は非常に小さく、流体力学的諸量は非常に安定していることが明かである。

次に、第7. 1 1 図は制御角 $\lambda$ を  $150^\circ$  からそれぞれ  $90^\circ$  ,  $95^\circ$  , ...,  $155^\circ$  に急変させて得られた  $V-I$  特性を示す。同図からわかるように  $V-I$  特性はほぼ直線的であるが、 $\lambda$ の大きい領域において  $I$  は小さくなっている。これは $\lambda$ が大きくなるのにもともなって交流側からインバータに加わる直流電圧が高くなり、 $V$ との電位差が小さくなるためである。また、 $\lambda$ の小さい領域で  $V-I$  特性の傾きが小さくなるのは、 $I$  の減少につれて流速 $u$ が減少し、発電機の誘導起電力 $V_0$ および内部抵抗 $R_i$  がともに小さくなるためである。

第7. 1 2 図は制御角 $\lambda$ を $150^\circ$  から $160^\circ$  に急変した時の発電機内のマッハ数 $M$ の  $x$  方向における分布の過渡変化を示す。同図から、下流出口付近に衝撃波が発生しているが、これは出力電流 $I$  の減少により流速が亜音速領域まで低下するためである。なお、 $\lambda > 160^\circ$  の領域ではさらに $I$  が減少するため、発電チャンネル出口付近で衝撃波が発生し、発電機の安定な運転が不可能となる。一方、 $\lambda = 90^\circ$  では、 $I$  が増加して流体が加速されることにより、チャンネル中央部で $M \approx 1.8$  まで上昇することが知られた。

第7. 5 表 制御角 $\lambda$ に対する発電機出力 $P_w$ 、負荷率 $K_t$ 、  
受電端電力 $P_{INF}$ 、受電端力率 $F_p$

$\lambda (^\circ)$	$P_w$ (MW)	$K_t$	$P_{INF}$ (MW)	$F_p$
90	0.88	0.021	0.54	-0.049
95	2.31	0.059	1.99	-0.147
100	3.64	0.098	3.34	-0.337
110	5.96	0.179	5.69	-0.545
120	7.84	0.263	7.59	-0.716
130	9.28	0.348	9.06	-0.858
140	10.26	0.434	10.05	-0.946
150	10.66	0.526	10.47	1.00
155	10.44	0.592	10.25	0.989



第7. 5表は制御角 $\lambda$ に対する発電機出力 $P_w$ 、負荷率 $K_t$ 、受電端(無限大母線)電力 $P_{INF}$ 、受電端力率 $F_p$ を示すが、 $\lambda = 150^\circ$ で $F_p = 1.0$ となり、 $\lambda < 150^\circ$ で進み力率、 $\lambda > 150^\circ$ で遅れ力率となることがわかる。また $K_t$ は $\lambda$ が大きくなるにつれて増加し、 $\lambda = 150^\circ$ で $K_t = 0.5$ となり、 $P_w$ 、 $P_{INF}$ が最大となる。

## 7. 6 故障時の過渡特性

### 7. 6. 1 インバータの転流失敗時

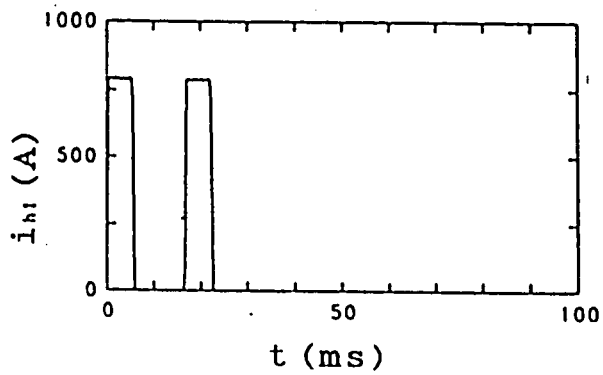
他励式インバータではサイリスタの点弧失敗と消弧失敗はいずれも転流失敗となる同種の故障であるので、転流失敗故障を第7. 1図のサイリスタ $T_{h1}$ に点弧信号を $t \geq 30$  ms で与えないことにより模擬し、故障後もインバータ運転を継続するものとする。ただし、制御角 $\lambda = 150^\circ$ とする。

第7. 13図(a)～(d)はサイリスタ $T_{h1}$ 、 $T_{h5}$ の電圧 $V_{Th1}$ 、 $V_{Th2}$ の波形、出力電流 $I$ および送電線電流 $i_a$ 、 $i_b$ 、 $i_c$ の時間的变化を示す。同図(a)、(b)はサイリスタ $T_{h1}$ の点弧失敗が直ちに $T_{h5}$ の消弧失敗を引き起こしたことを示すものであり、他励式インバータの場合には、点弧失敗は直ちに転流失敗につながることをわかる。 $T_{h1}$ の点弧失敗、従って $T_{h5}$ の消弧失敗時には、 $I$ は同図(c)に示すように $T_{h5}$ を流れ続けることになり、 $T_{h6}$ の導通時に上側インバータが完全に短絡されるため、 $I$ は最大となる。ただし、下側インバータは正常な動作を行う。また、 $T_{h6}$ の点弧は1サイクルの間に一度行われるため、故障発生後に、 $I$ は交流基本波周期で大きく変化している。このため、同図(d)に示すように $i_a$ 、 $i_b$ 、 $i_c$ は歪波となり、それぞれに直流成分が重畳することになる。従って、変圧器には直流成分が流れ、直流偏磁を生じる恐れがある。

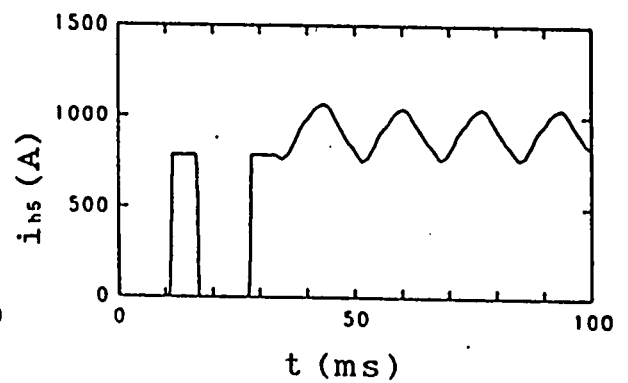
第7. 14図は発電チャンネル内流速 $u$ の空間的並びに時間的变化を示す。出力電流 $I$ の増加および振動にともない、 $u$ は増加し、また基本周期で大きく振動することがわかる。従って、 $u$ の変化にともない圧力、温度も振動することになる。

第7. 15図は発電チャンネル内ファラデー電流密度 $J_v$ の空間的並びに時間的变化を示す。 $|J_v|$ は故障発生後、 $I$ の変化にともない交流基本波周期で変化している。

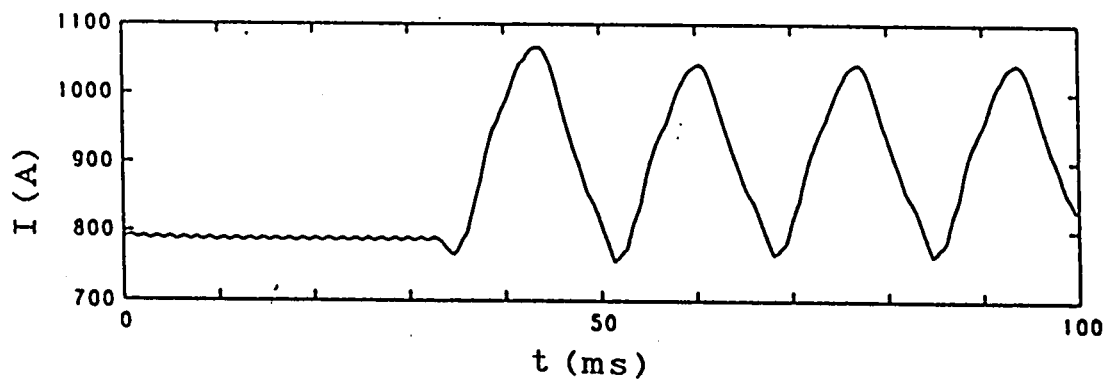
上記のように、MHD発電機は作動流体の慣性が小さいため、外部故障時に生じる出力電流の振動は流体力学的諸量に振動を与え易く、発電機の機械的振動の要因となり、また、出力電流の振動は電界および電流密度の振動を生じさせるので、電極消耗、絶縁破壊の要因となり発電チャンネルの寿命に大きな影響を与える可能性がある。



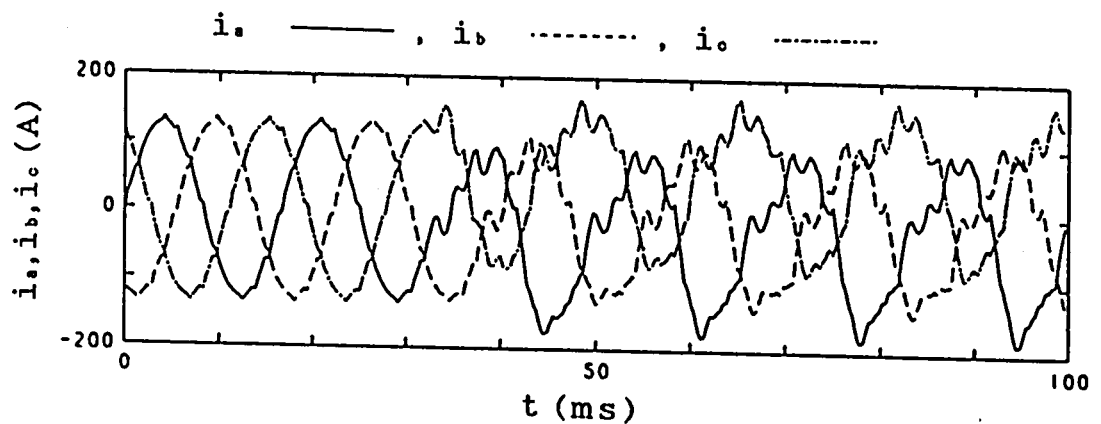
(a)  $T_{h1}$  の電流波形



(b)  $T_{h5}$  の電流波形

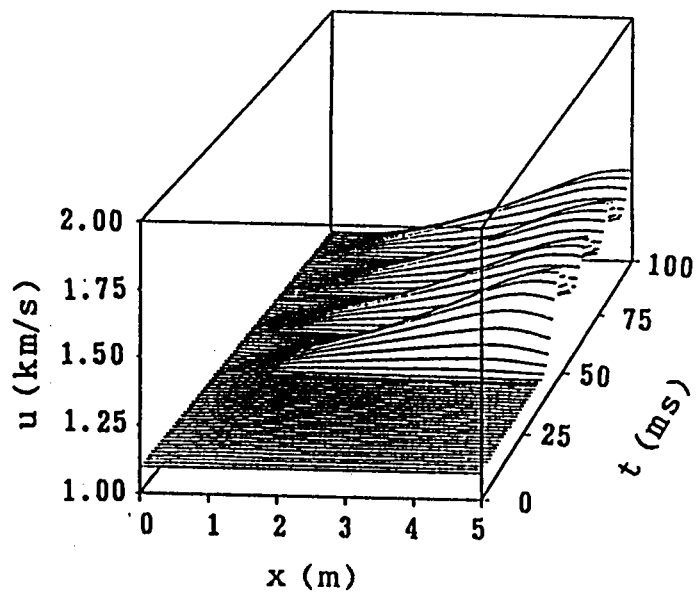


(c) 発電機出力電流

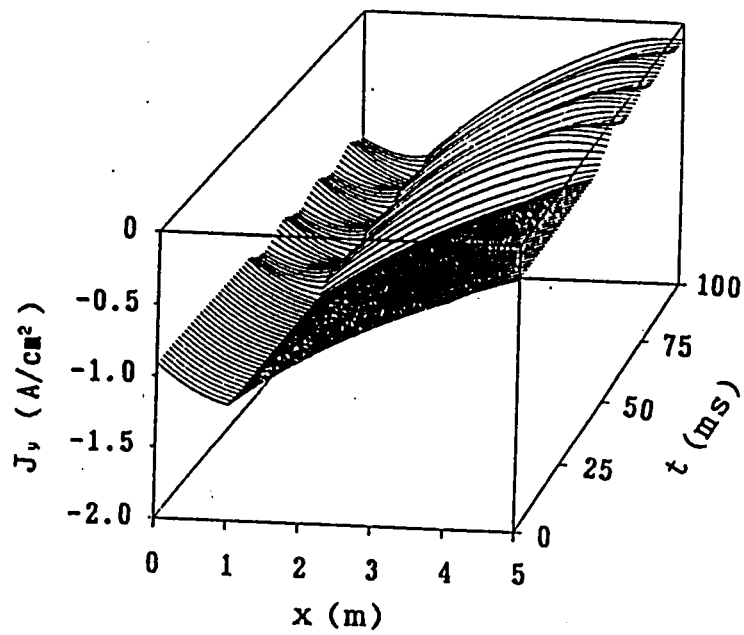


(d) 送電線電流

第7. 13図 転流失敗時のサイリスタ  $T_{h1}$ 、 $T_{h5}$  の電流波形、  
発電機出力電流および送電線電流



第7. 14図 転流失敗時の流速の過渡分布



第7. 15図 転流失敗時のファラデー電流密度の過渡分布

以上によって転流失敗故障はMHD発電機の動作特性に大きな影響を及ぼすことが知られ、発電機の保護対策が重要となる。

#### 7. 6. 2 送電線路の1線地絡時

送電線路の1線（b相）が地絡した故障を地絡故障模擬用抵抗  $R_g$ （第7. 2図参照）を  $t = 30 \text{ ms}$  で  $R_g = 10^{-6} \Omega$  とすることにより模擬し、解析を行う。

第7. 16図（a）、（b）、（c）にそれぞれ発電機出力電圧  $V$ 、出力電流  $I$ 、送電線電流  $i_a$ 、 $i_b$ （ $Z_{L2}$  中）、 $i_c$  を示す。1線地絡時には、一時的に負  $V < 0$  となり電力系統側から電力が逆流し、また、 $I$  は急激に増大している。これは、1線地絡時には上側、下側インバータ共に転流失敗が生じ、完全短絡状態となるためである。すなわち、b相送電線の地絡によりb相電位が0となるため、a相、c相サイリスタの点弧およびb相サイリスタの消弧ができなくなり、インバータが短絡状態になってMHD発電機と直流リアクトル（第7. 2図のL）による短絡回路が形成され、 $I$  の急増、電力の逆流を生じることになる。このため、送電線電流  $i_c$  は同図（c）に示すように、不平衡歪波となり、地絡点へ逆流する。

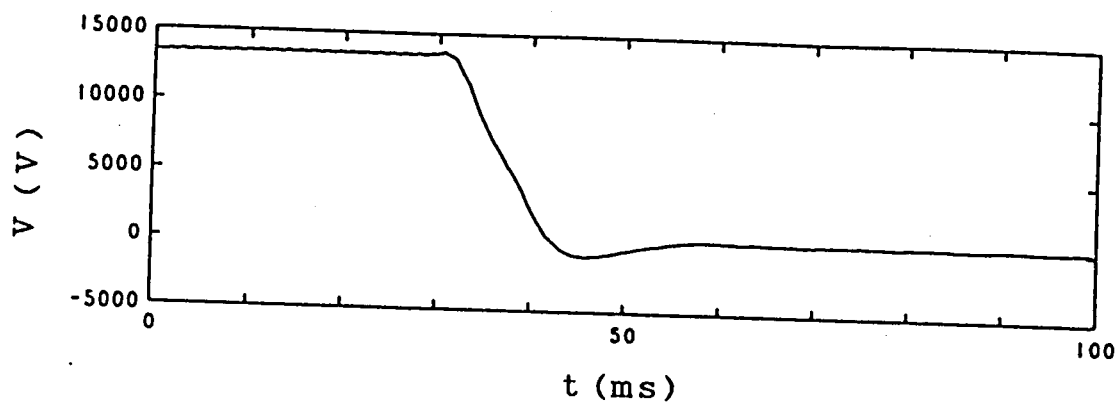
第7. 17図は発電チャンネル内流速  $u$  の空間的並びに時間的变化を示す。故障後、 $I$  の急速な増大にともない、 $u$  は急激に増大している。また、ファラデー電流密度  $|J_y|$  は第7. 18図に示すように、故障発生後減少している。従って、発電機内諸量も大きな変化を生じることになる。

なお、インバータの直流側短絡故障は直流交流側共短絡となるため、発電機に対して1線地絡故障と同様な影響を与えと考えられる。

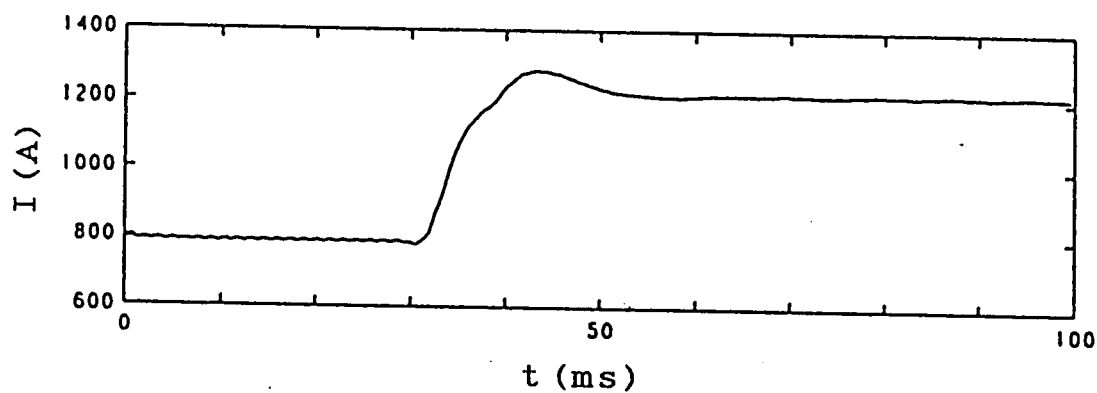
#### 7. 6. 3 送電線路の2線短絡時

送電線路の2線（b相とc相）が短絡した故障を、短絡故障模擬用抵抗  $R_{g2}$ （第7. 2図参照）を  $t = 30 \text{ ms}$  で  $R_{g2} = 10^{-6} \Omega$  とすることにより模擬し、解析を行う。

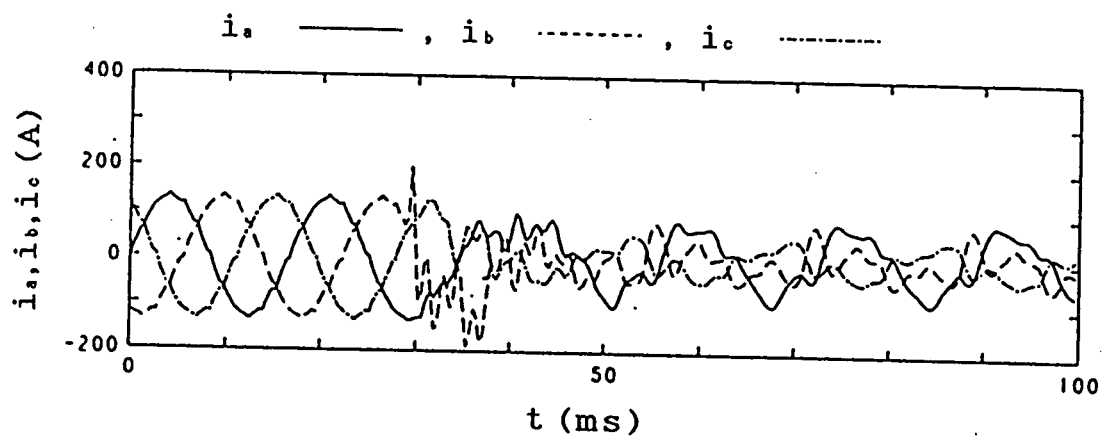
第7. 19図（a）、（b）に発電機出力電圧  $V$ 、送電線電流  $i_a$ 、 $i_b$ （ $Z_{L2}$  中）、 $i_c$ （ $Z_{L3}$  中）を示す。故障発生後、一時的に  $V < 0$  となるが、その後  $V = 0$  となっている。このことから1線地絡時におけると同様、上側、下側インバータとも転流失敗を生じ、一時的に電力系統側から電力が逆流し、その後完全短絡の状態となることがわかる。すなわち、2線短絡時にはb、c相の電圧が等しくなるため、転流用電圧が消失し、インバータの転流失敗が生じることになる。このため発電機は外部負荷短絡



(a) 発電機出力電圧

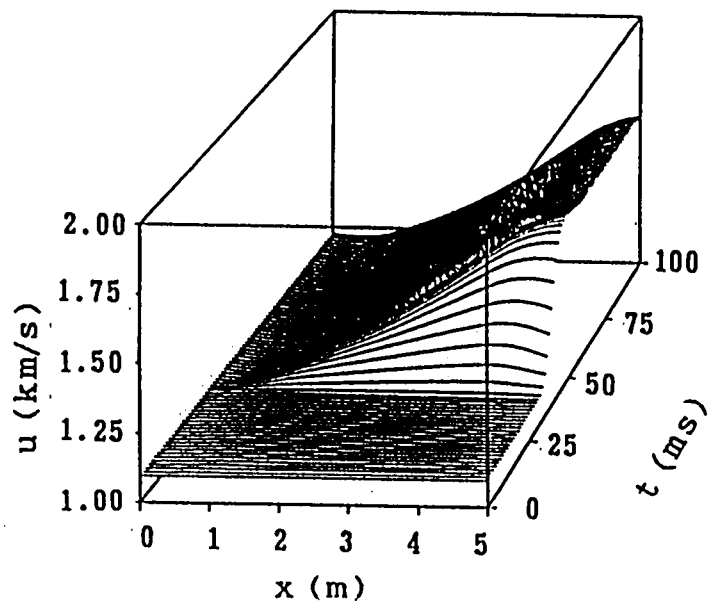


(b) 発電機出力電流

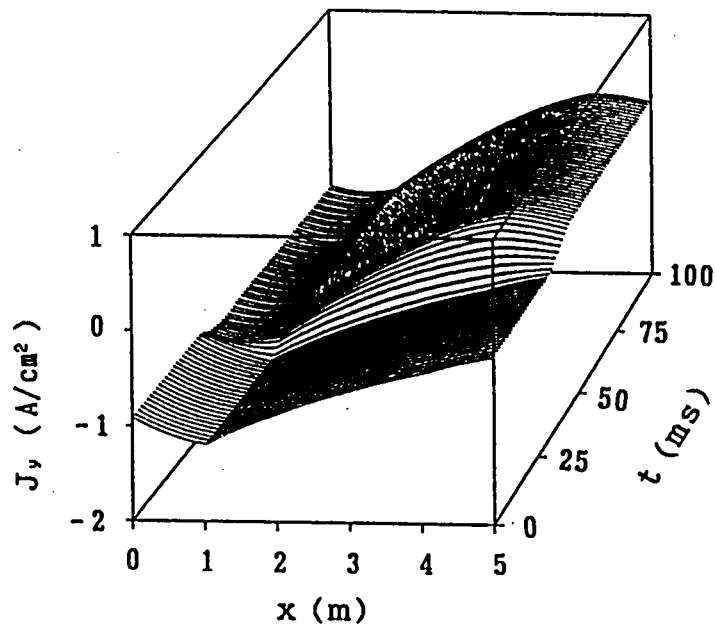


(c) 送電線電流

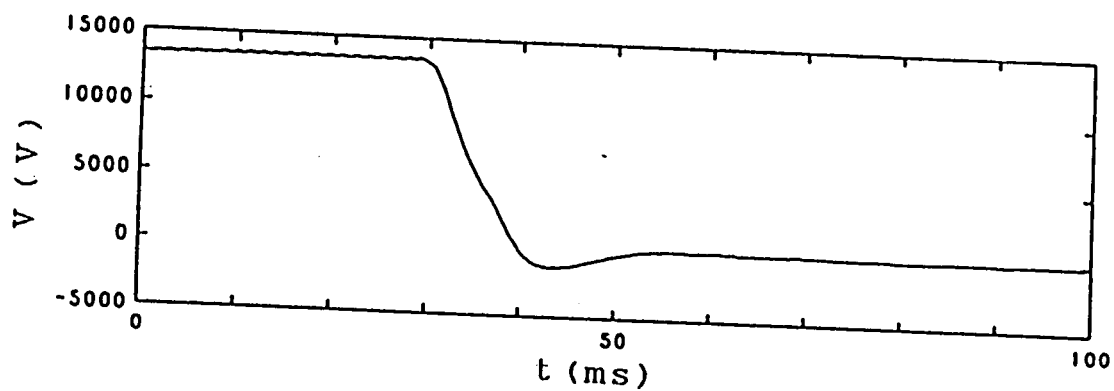
第7. 16図 1線地絡時の発電機出力電圧、出力電流、送電線電流の時間的变化



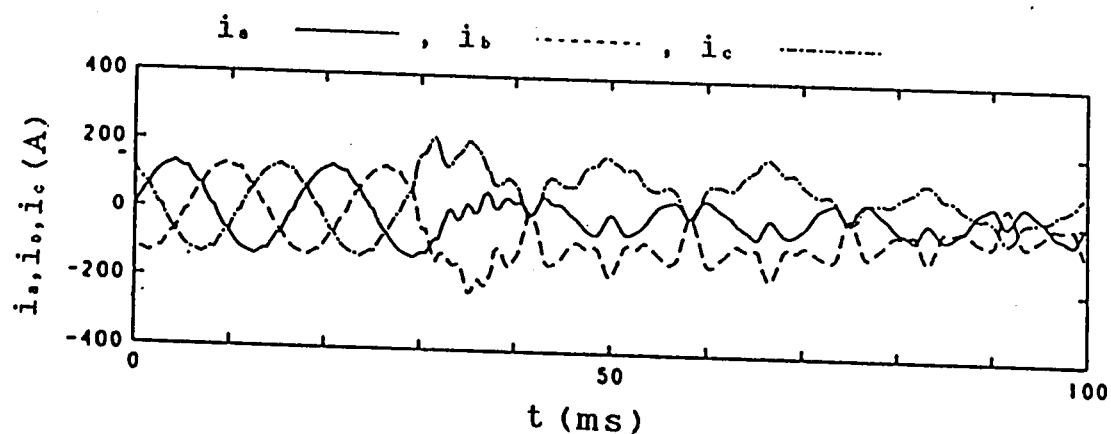
第7. 17図 1線地絡時の流速の過渡分布



第7. 18図 1線地絡時のファラデー電流密度の過渡分布

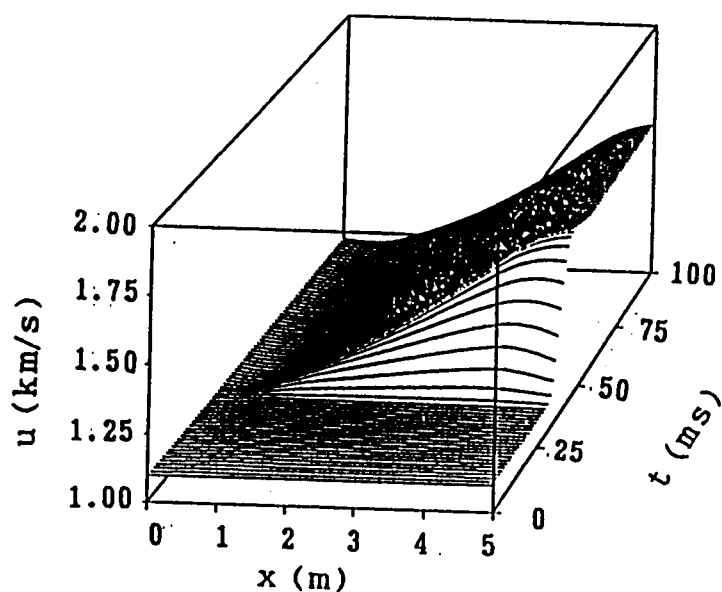


(a) 発電機出力電圧

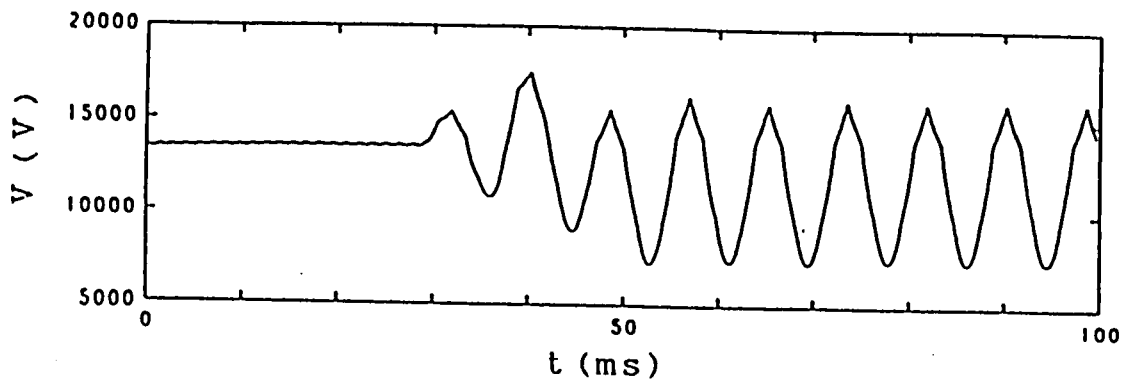


(b) 送電線電流

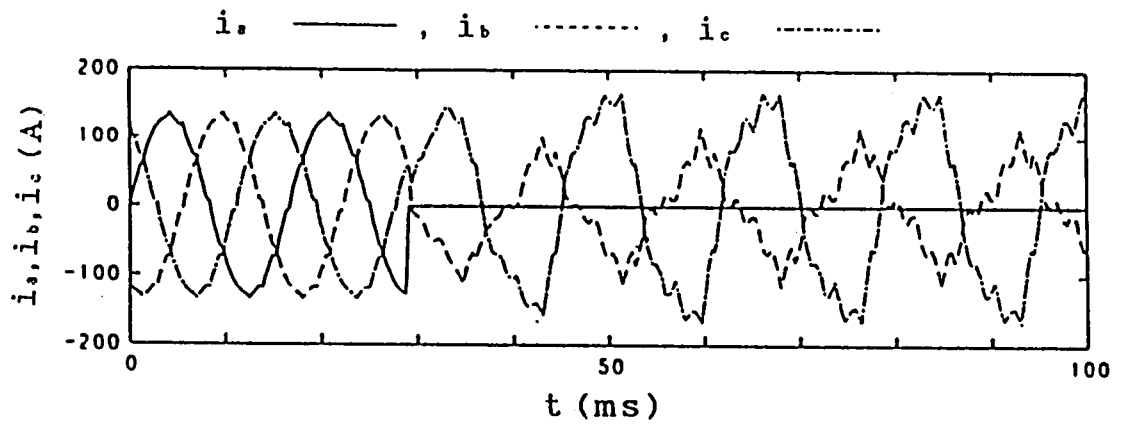
第7. 19図 2線短絡時の発電機出力電圧、送電線電流の時間的变化



第7. 20図 2線短絡時の流速の過渡分布

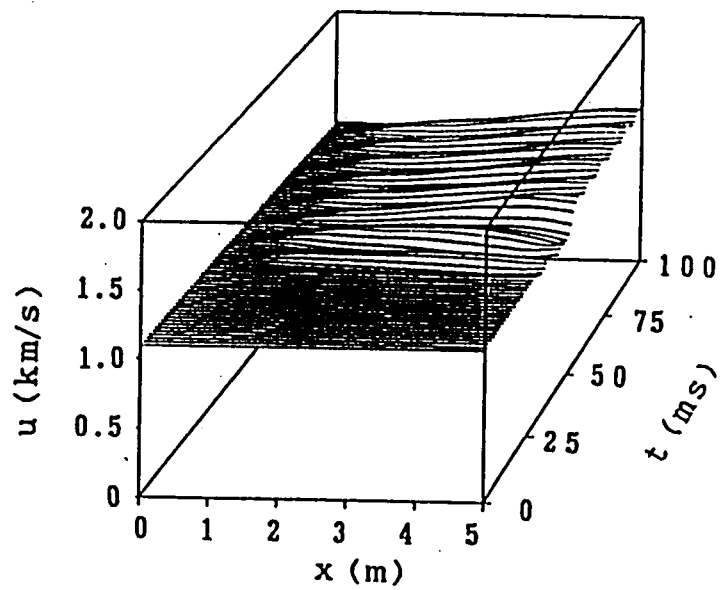


(a) 発電機出力電圧



(b) 送電線電流

第7. 21図 1線断線時の発電機出力電流、送電線電流の時間的变化



第7. 22図 1線断線時の流速の過渡分布



となって、出力電流  $I$  は急増する。同図 (b) に示すように、送電線電流  $i_a$ ,  $i_b$ ,  $i_c$  は短絡故障発生後歪波電流となり、直流成分が現われる。

第 7. 20 図は発電チャネル内流速  $u$  の過渡分布を示す。 $u$  の急速な増大に見られるように、短絡故障によって発電機内諸量は大きな影響を受けることが知られた。

上記のように、2 線短絡故障は前項で述べた 1 線地絡故障と類似しており、MHD 発電機の特性に与える影響は同様であると言える。

#### 7. 6. 4 送電線路の 1 線断線時

送電線路の 1 線 (a 相) が断線した故障を送電線のインピーダンス  $Z_{t1}$  (第 7. 2 図参照) を  $t = 30 \text{ ms}$  で  $Z_{t1} = 10^{-8} \Omega$  とすることにより模擬する。

第 7. 21 図 (a)、(b) にそれぞれ発電機出力電圧  $V$ 、送電線電流  $i_a$  ( $Z_{t1}$  中)、 $i_b$ ,  $i_c$  の時間的变化を示す。1 線断線故障時には、定常運転時に比べて  $V$  はやや減少し、また大きな第 2 調波振動が生じている。これは調相器およびフィルタのコンデンサの作用によりインバータが転流失敗を起こすことなく動作を続けているためである。同図 (b) の  $i_a$ ,  $i_b$ ,  $i_c$  の過渡変化は、断線故障によりインバータ側から歪波の単相電力が供給されることを示す。

第 7. 22 図は発電チャネル内流速  $u$  の過渡分布を示す。 $u$  はやや増加し、 $I$  の第 2 調波に対応した振動が現われており、MHD 発電機の特性に大きな影響を受けることが知られる。

#### 7. 7 結言

以上、熱入力 100MW、電気出力 10MW 級の単一負荷超音速流ダイアゴナル MHD 発電機と電力系統を他励式 3 相ダブルブリッジインバータを介して連系した場合の定常特性、インバータの転流失敗時、線路故障時などにおける過渡特性の解析を行うための電力回路網を含めた計算法を示し、計算により次のような成果を得ることができた。

(1) グラフ理論を用いて、インバータを含めた電力回路網の解析を行うための電流、電圧を変数とする状態方程式を導出した。

(2) (1) の電力回路網の状態方程式と第 4 章に示したダイアゴナル形 MHD 発電機に対する基礎方程式とを結合してシステム全体の解析を行うための計算手順をフローチャートにより示した。

(3) システムの定常運転時においては、発電チャンネル内の電氣的諸量および流体力學的諸量の変動は非常に小さく、安定な運転が可能であり、また、交流線路の電圧、電流いずれも高調波成分は少なく、良質の電力の供給が可能であることを示した。

(4) インバータの制御角を変化した場合の発電機出力電圧－電流特性は、大きな垂下特性となり、広い制御角範囲で安定な運転が可能であるが、制御角が  $160^\circ$  程度以上の領域では流速が減少するため、発電チャンネル内に衝撃波が発生し安定な運転が不可能になることを示した。

(5) インバータの転流失敗時には、インバータが周期的に短絡を繰り返すことになるため、発電機出力電流が急増すると共に周期的振動を起こすし、そのため、発電機は流速の増大、振動を生じるなど大きな影響を受ける。一方、系統側においては、インバータの転流失敗により変圧器に直流電流成分が流れるため直流偏磁を生じる可能性があり、そのため送電側も大きな影響を受けることを示した。

(6) 送電線路の1線地絡および2線短絡故障時には、上、下インバータ共に転流失敗を引き起こし、そのため発電機は外部回路短絡状態となり、(3)で述べたインバータの転流失敗時よりも大きな影響を受ける可能性があり、また、系統側に対する影響も同様である。一方、1線断線故障時には故障相電流が遮断されるため、発電機出力電流が減少するので流速が減少し、衝撃波が発生し、また送電線路には単相歪波電流が送り出されることを示した。

(7) 第6章での解析結果でも示したように、他励式インバータを用いた場合には、インバータおよび線路での故障は転流失敗を誘発するため、本質的に直流側短絡となって、発電機が負荷短絡に陥るため、チャンネル内流速の増大が生じ易く、しかも、その急増は発電機やチャンネル後流部への大きな影響を与える可能性があることを示した。

(8) MHD発電機は作動流体の慣性が小さいため、外部故障時に生じる出力電流の振動は流体力學的諸量に振動を与え易く、発電機の機械的振動の要因となり、また、出力電流の振動は電界および電流密度の振動を生じさせるので、電極消耗、絶縁破壊の要因となり発電チャンネルの寿命に大きな影響を与える。このため発電機の保護対策が重要であることが指摘された。

(9) 第6章と本章における両解析結果では本質的な違いは見られなかったが、本章の解析ではインバータのダブルブリッジ構成や交流電力系統側を考慮したことによって、より詳細な結果が得られた。

## 第8章 自励式インバータによるダイアゴナル形MHD発電機と 交流電力系統接続時の相互作用

### 8. 1 緒言

前章では他励式インバータによるダイアゴナル形MHD発電機と交流電力系統接続時の相互作用について解析したが、本章では自励式3相ダブルブリッジインバータを介してMHD発電機と電力系統を連系した場合の定常特性およびインバータや送電線路故障時における電氣的並びに流体力学的諸量の過渡特性についての解析を行なっている(57)～(60)。

次に、前章と同様、MHD発電機は熱入力 100 MW、電気出力 10 MW 級の単一負荷の超音速流定速度形のダイアゴナル形とし、発電機出力はインバータによって交流に変換され、66 kV 1回線送電線路をへて無限大母線に供給されるものとする。

前章でも述べたようにインバータは他励式と自励式に分けられるが、自励式は回路内に消弧エネルギーを有するので任意のタイミングで転流動作を行なうことができ、高調波成分の少ない良質の波形が得られると共に電力の制御が容易であり、さらに調相設備やフィルタ容量を小さくできるなどの大きな長所を持っている。しかしながら、その回路構成が他励式に比べて複雑であるため、高価であり、また信頼性が劣るということから、現在の送電などの大電力変換の分野ではほとんど用いられていないが、電動機制御、電源装置などの分野では良く用いられおり、また、超電導エネルギー貯蔵、電力用アクティブフィルタなどの新しい分野での応用開発が行われている。一方、最近の大容量電力用半導体の開発やマイクロコンピュータを用いた制御技術の進歩などにより、近い将来、安価で信頼性の高い大電力用自励式インバータの実現が期待できることが予測されている。このような観点から、自励式インバータを用いた場合の特性解析は有意義なものである。本章では、インバータとして米国の Avco が採用したと同様な補助インパルス転流方式の自励式電圧形インバータ(8)を採用している。

ダイアゴナル形MHD発電機の動作解析は第2章に示した準1次元過渡解析法によって、また、解析対象システムである発電機に連結されたインバータを含む電力回路網の電流、電圧の計算は第7章に示した状態方程式の解析法によって行うので、本章ではそれらの解析法の説明は省略している。まず、第8.2節では、解析対象システムの回路構成を示している。第8.3節では、計算に用いた発電機の数値条件および電力回路定数を示している。第8.4節では、定常運転時における発電チャンネル内流

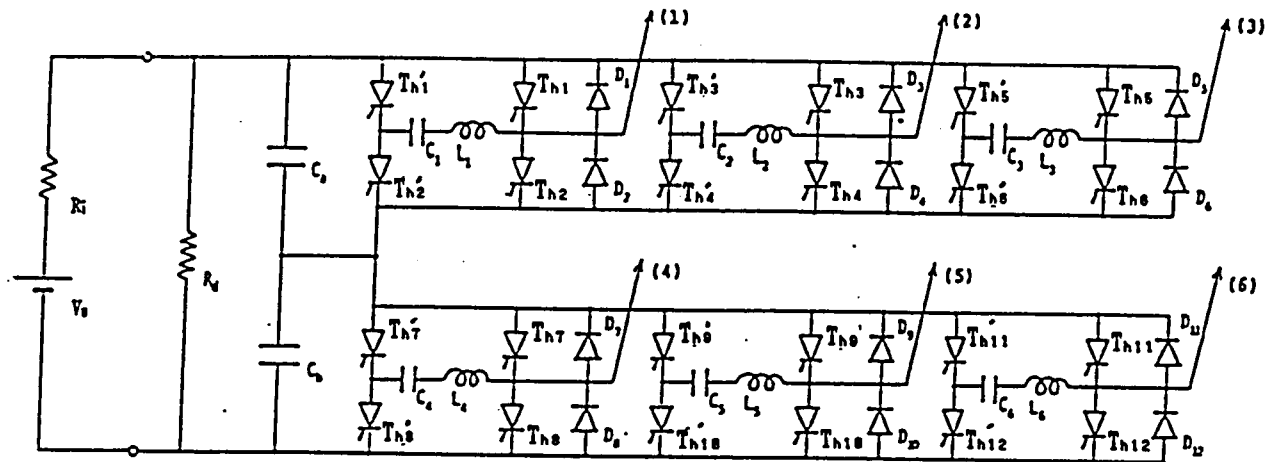
体力学的諸量や電氣的諸量の分布、交流電力系統での電圧、電流波形、高調波成分、またインバータ制御角などの影響について述べている。次に、インバータでの点弧失敗または消弧失敗、交流線路の1線地絡、2線短絡、1線断線故障時におけるチャンネル内の流体力学のおよび電氣的諸量の過渡分布、送電線路の電流などの時間的变化などについて詳細な検討を行なっている。

## 8. 2 解析対象システムと解析法

解析を行うシステムの回路構成を第8. 1図に示すが、基本的には第7. 2図に示した回路構成と同じである。MHD発電機の外部回路はインバータ、高調波リアクトル、送電線路などにより構成されている。同図において $V_g$ 、 $R_i$ はMHD発電機の誘導起電力および内部抵抗であり、第2章で示した非定常準1次元電磁流体方程式の差分近似(MacCormack法)を用いる数値計算結果から得られる。発電機の出力用インバータには従続接続した自励式の電圧形サイリスタブリッジを採用している。その主サイリスタ $T_{h1} \sim T_{h12}$ 、転流用補助サイリスタ $T_{h1}' \sim T_{h12}'$ およびフライホイールダイオード $D_1 \sim D_{12}$ は導通時には低抵抗、非導通時には高抵抗を持つ抵抗回路により模擬している。サイリスタのターンオンはゲートパルスが入った瞬間、ターンオフはサイリスタ電流が0以下となった瞬間に行われるものとし、ターンオン、ターンオフ時間などは考慮に入れないものとする。また、 $C_1 \sim C_6$ 、 $L_1 \sim L_6$ はそれぞれ主サイリスタの消弧を行うための転流コンデンサ、転流リアクトルである。また、 $C_a$ 、 $C_b$ は定電圧保持用分圧コンデンサである。なお、スナバ回路は考慮していない。

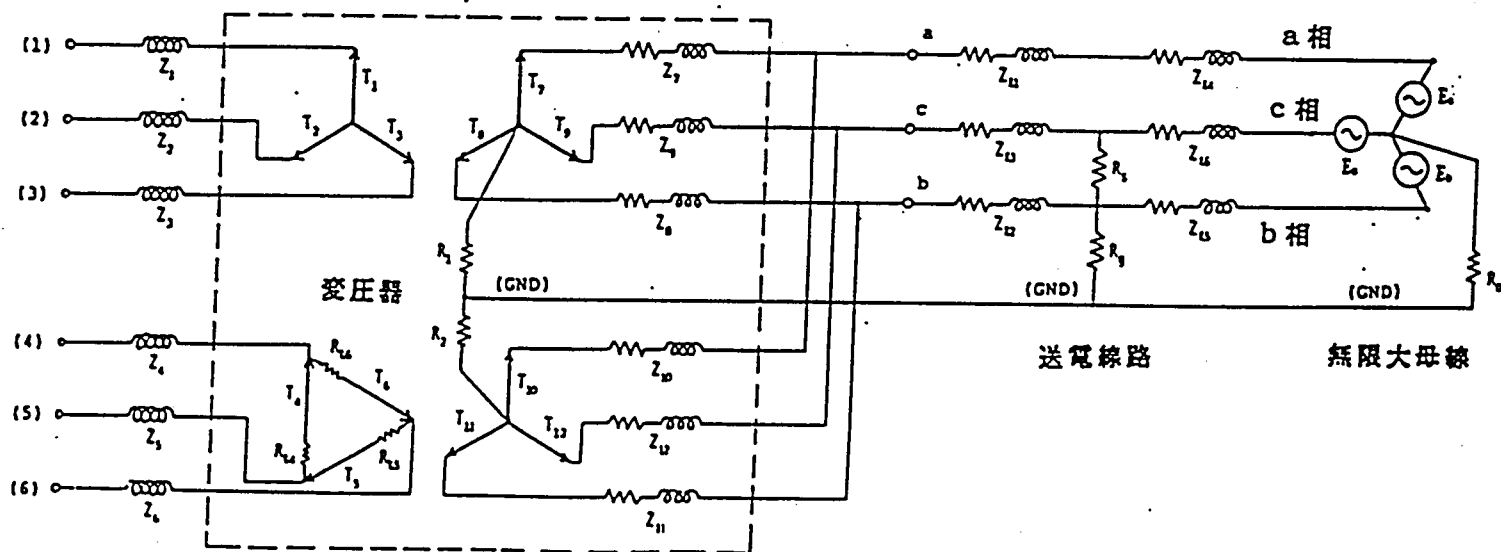
次に、他励式の場合におけると同様、インバータ出力用変圧器にはインバータの転流動作により生じる交流出力電流の第5、第7調波除去のためY-Y、 $\Delta$ -Y結線を採用し、波形の改善を計っている。変圧器は巻線比と1次、2次漏れインピーダンス $Z_1 \sim Z_{12}$ により与えている。また、1次、漏れインピーダンス $Z_1 \sim Z_6$ には高調波リアクタンス分も含めている。変圧器の2次側Y結線については、その中性点を高抵抗 $R_1$ 、 $R_2$ で接地している。

$Z_{t1} \sim Z_{t6}$ は送電線のインピーダンスである。送電電力が小さいため1回線送電線路とし、無限大母線に接続されているものとする。また、直流側の $R_d$ 、送電線路の $R_{s1}$ 、 $R_s$ は直流側短絡故障、線路の地落、短絡故障などの模擬用抵抗であり、定常時には高抵抗としている。

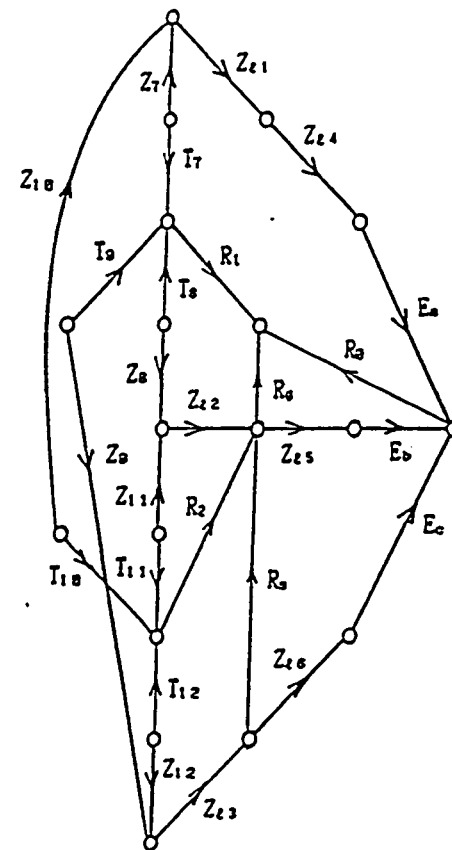
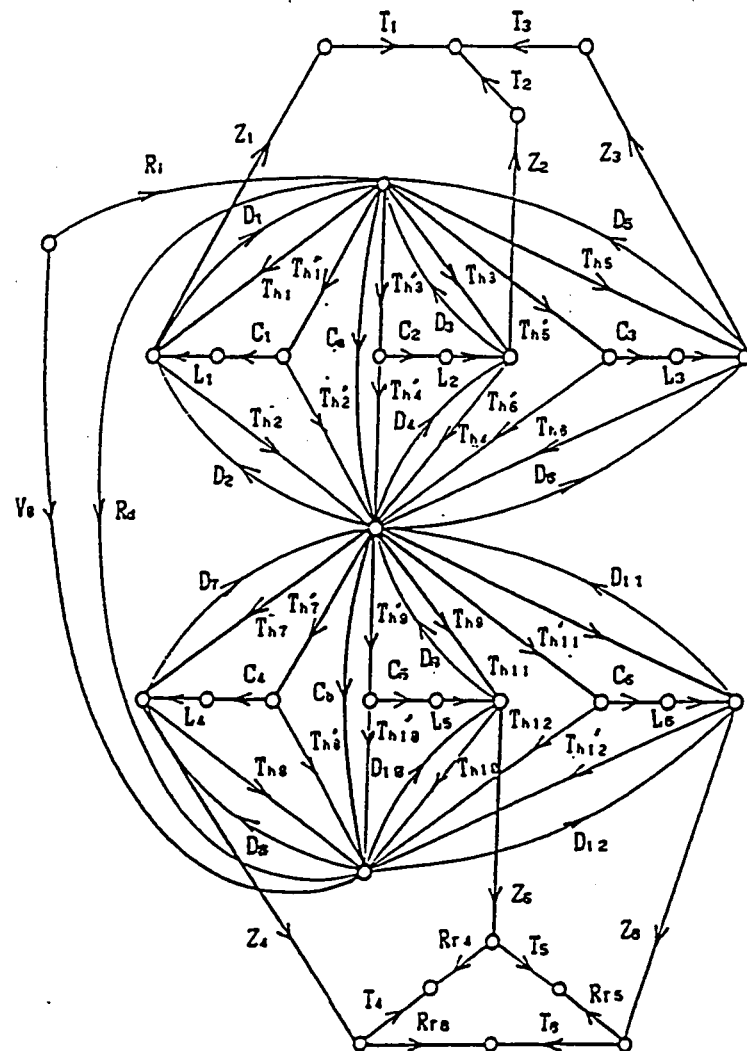


MHD発電機

自励式インバータ



第 8. 1 図 解析を行なうシステムの回路構成



→ 基準木  
→ 補木

第8. 2図 回路網に対する有向グラフ

第8. 1表 タイセット行列の主要部  $W$

[illegible]

インバータを含む電力回路網の電流、電圧の計算は第7. 2節で示した状態方程式の解析法、つまり、(7.19)式によって行うので、説明は省略する。

第8. 1図の解析対象システムの回路構成に対応した有向グラフを第8. 2図に示し、また、有向グラフから得られたタイセット行列の主要部 $W$ 〔(8.1)式参照〕を第8. 1表に示す。

なお、ダイアゴナル形MHD発電機の動作解析は第2章に示した準1次元過渡解析法によって第7章と同様行うので、解析法の説明は省略している。

また、本章で用いる数値計算の過程は第7. 3節と同様であるので省略する。

### 8. 3 数値条件

MHD発電機の作動流体は前章までの解析におけると同様、重油空気燃焼ガスにカリウムをを1 wt%シードしたものをを用いる。従って、流体の導電率 $\sigma$ 、ホールパラメータ $\beta$ 、エンタルピー $h$ 、ガス定数 $R$ は(3.1)～(3.4)式により求める。

また、MHD発電機は、第7章の解析と同様、単一負荷の超音速流定速度形ダイアゴナル発電機(7)とする。解析に用いた発電機の数値条件を第8. 2表に示す。また、定常時に対する計算により得られた発電機特性は第8. 3表に示す通りである。

第8. 2表 ダイアゴナル形発電機の計算に用いた数値条件

入口圧力	$p_0 = 2.1$	atm	印加磁束密度	$B = 2.0 + 2.8x$	$T(0 \leq x \leq 1m)$
入口流速	$u_0 = 1100$	m/s		$= 4.8 - 0.37(x-1)$	$T(1 \leq x \leq 4m)$
入口温度	$T_0 = 2550$	K		$= 3.7 - 1.7(x-4)$	$T(4 \leq x \leq 5m)$
質量流量	$m_0 = 25$	Kg/s	ダイアゴナル角	$\phi = 45^\circ$	
熱入力	$P_0 = 111$	MW	チャネル長	$X_L = 5$	m

第8. 3表 ダイアゴナル形発電機の定常発電特性

入口マッハ数	$M_0 = 1.18$	電気出力	$P_w = 10.5$	MW	
エンタルピー抽出率	$\eta = 9.46$	%	出力電流	$I = 820$	A
誘導起電力	$V_0 = 25.4$	kV	短絡電流	$I_s = 1.65$	kA
内部抵抗	$R_i = 15.4$	$\Omega$	負荷率	$K_t = 0.50$	



次に、解析に用いた電力回路網の線路インピーダンス、変圧器インピーダンスなどの回路定数を第8.4表に示す。なお、無限大母線相電圧  $e_a$ ,  $e_b$ ,  $e_c$  の実効値  $E_a = E_b = E_c = 66 / \sqrt{3} \text{ kV}$  ( $f = 60 \text{ Hz}$ ) としている。

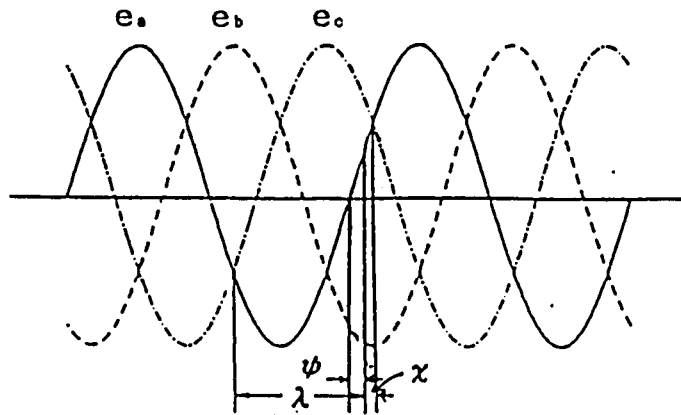
第8.4表 電力回路網の計算に用いた回路定数

分圧コンデンサ: $C_a, C_b$	$= 500 \mu\text{F}$
転流コンデンサ: $C_1 \sim C_6$	$= 10 \mu\text{F}$
主サイリスタ: $T_{h1} \sim T_{h12}$	$= 0.01 \Omega$ (導通時)、 $10^7 \Omega$ (遮断時)
補助サイリスタ: $T_{h1'} \sim T_{h12'}$	$= 0.01 \Omega$ (導通時)、 $10^7 \Omega$ (遮断時)
フライホイールダイオード: $D_1 \sim D_{12}$	$= 0.01 \Omega$ (順方向)、 $= 10^7 \Omega$ (逆阻止方向)
転流リアクトル: $L_1 \sim L_6$	$= 14 \mu\text{H}$
高調波リアクトル: $Z_1 \sim Z_6$	$= 1 \text{ mH}$
変圧器漏れインピーダンス: $Z_7 \sim Z_{12}$	$= 3 \Omega, 40 \text{ mH}$
線路インピーダンス: $Z_{t1} \sim Z_{t3}$	$= 1.2 \Omega, 12.5 \text{ mH}$
線路および無限大母線側変圧器インピーダンス: $Z_{t4} \sim Z_{t6}$	$= 2.7 \Omega, 55 \text{ mH}$
変圧器接地抵抗: $R_0, R_1$	$= 300 \Omega, R_2 = 0 \Omega$
故障模擬用抵抗: $R_0, R_{s1}, R_{s2}$	$= 10^{10} \Omega$ (定常時)、 $10^{-6} \Omega$ (故障時)
インバータ出力用変圧器巻線比: $n_1 = 15, n_2 = 15 / \sqrt{3}$	

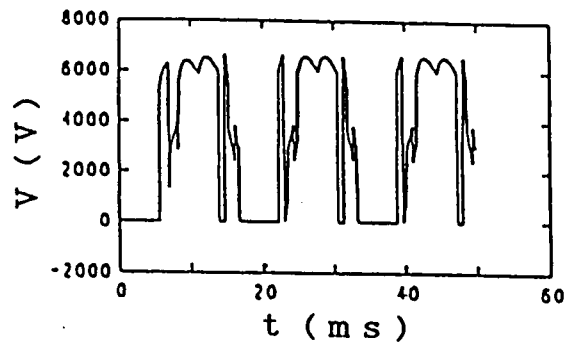
#### 8.4 定常特性

第8.3図に示すように、自励式インバータの点弧制御角は無限大母線電圧（図ではa相電圧  $e_a$ ）を基準にとり、その位相角  $\psi$  で表わす。従って、他励式インバータにおいて通常用いられる転流制御角  $\lambda$  とは  $\psi = \lambda - 150^\circ$  の関係がある。 $\psi$  を用いると、 $\psi = 0^\circ$  は、無限大母線各相電圧  $e_a, e_b, e_c$  が0の時に上側インバータの各主サイリスタが点弧されることを意味している。

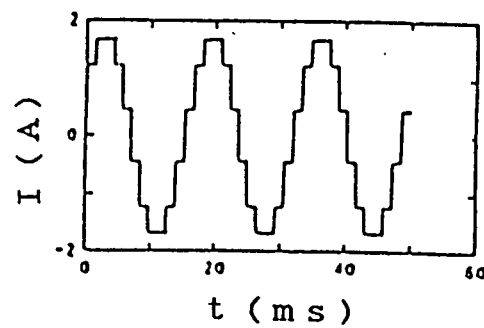
第8.4図(a)、(b)は無限大母線に接続せずにインバータを単独で定常運転した場合の主サイリスタ  $T_{h1}$  の電圧  $v_1$  および送電線路のa相電流  $i_a$  の波形を示す。理論通りの典型的な階段状の波形が得られていることから、インバータが正常に動作



第 8. 3 図 自励式インバータの点弧制御角と無限大母線相電圧の関係



(a) 主サイリスタ  $T_{h1}$  の電圧波形



(b) a 相送電線電流

第 8. 4 図 インバータ単独運転時の主サイリスタ  $T_{h1}$  の電圧波形および a 相電流

していることが確認される。

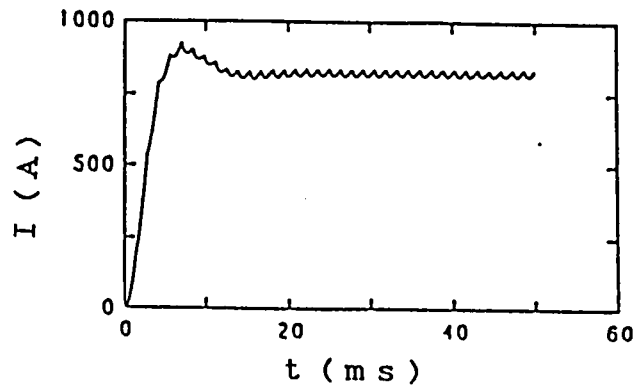
第8. 5図(a)、(b)は点弧角 $\psi = 0^\circ$ 、導通角 $\xi = 120^\circ$ で運転し、発電機を系統に連系した場合の発電機出力電流 $I$ 、a相線路電流 $i_a$ の過渡状態から定常状態への変移を示すが、 $t \approx 15$  msで定常値 $I = 820$  A、 $i_a = 100$  A(実効値)に達している。 $I$ の変動は小さく、高調波の少ない安定な定常運転状態を示している。また、 $i_a$ はほぼ正弦波に近い波形となっている。また、この場合の出力電圧 $V = 12.5$  kV、負荷率 $K_t = 0.50$ であり、第8. 3表に示した定常特性によく一致している。

第8. 6図(a)、(b)はそれぞれ発電機出力電流 $I$ の直流分に対する高調波成分の含有率および線路電流 $i_a$ の基本波に対する高調波成分の含有率 $\kappa_H$ の分布を示す。 $I$ には、12個の主サイリスタの転流動作により第 $12n$  ( $n=1, 2, 3, \dots$ ) 偶数調波成分が含まれていることがわかる。しかし、最大である第12調波でも $\kappa_H \approx 0.65$  %程度であり、非常に小さい。従って高調波は分圧コンデンサ $C_a$ 、 $C_b$ により良く除去されていると言える。また、 $i_a$ には、第 $12n \pm 1$  ( $n=1, 2, 3, \dots$ ) 奇数調波成分が含まれているが、最大の第11調波でも $\kappa_H \approx 4.9$  %と小さい。これは、インバータ用変圧器をY-Y、 $\Delta$ -Y結線とし、電圧位相を互いに $30^\circ$ ずらせたことにより、第 $6n \pm 1$  ( $n=1, 3, 5, \dots$ ) 調波の消滅を図ったこと、また1次側に設けた高調波リアクトルのフィルタの効果によるものである。ちなみに、1次側電流には第 $6n \pm 1$  ( $n=1, 2, 3, \dots$ ) 調波が含まれるが、最大の第5調波は基本波成分の $\kappa_H \approx 22$  %にも達した。

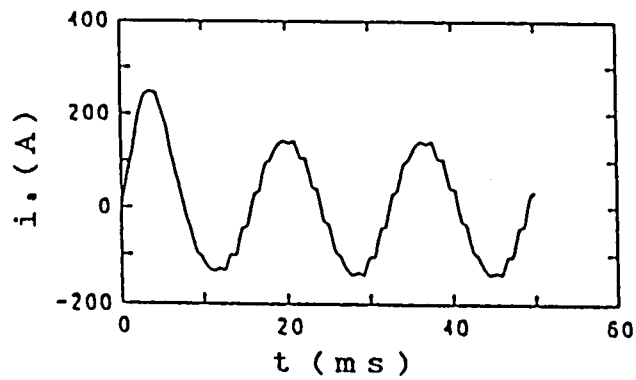
第8. 7図はMHD発電チャネル内流速 $u$ のx方向分布の空間的、時間的变化を示す。発電機出力電流 $I$ は前述したように高調波成分を含んでいるが小さいため、 $u$ にはほとんど変動は見られず、安定な分布を示している。

第8. 8図は導通角 $\xi = 120^\circ$ として、点弧角 $\psi$ を $0^\circ$ からそれぞれ $-45^\circ$ 、 $-30^\circ$ 、 $\dots$ 、 $15^\circ$ に急に変化させて得られた、 $V-I$ 特性である。同図からわかるように、 $I$ の増加にともない $V$ がほぼ直線的に低下している。また、安定な運転を持続する $\psi$ の範囲はほぼ $-45^\circ \leq \psi \leq +15^\circ$ であり、これを転流制御角 $\lambda$ に換算すると $105^\circ \leq \lambda \leq 165^\circ$ となる。なお、 $\psi \leq -45^\circ$ の範囲では発電チャネル内に衝撃波が発生し、また $\psi \leq 15^\circ$ の範囲では $I$ が増加することによってインバータが転流失敗に陥るため、運転が不可能となる。

次に、第8. 5表は点弧角 $\psi$ に対する発電機出力電力 $P_w$ 、負荷率 $K_t$ 、受電端(無限大母線)電力 $P_{INF}$ 、受電端力率 $F_p$ を示したものである。同表および第8. 8図から、 $-45^\circ \leq \psi \leq 15^\circ$ では、 $\psi$ を大きくし、点弧時期を遅くらせるにつれて $I$ は小さ

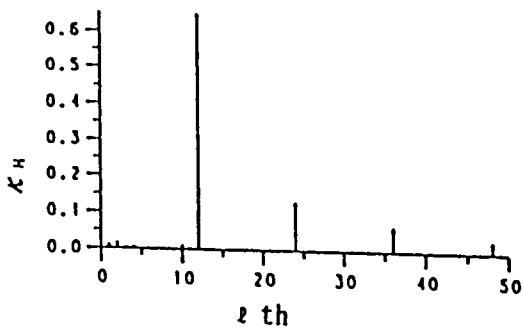


(a) 発電機出力電流

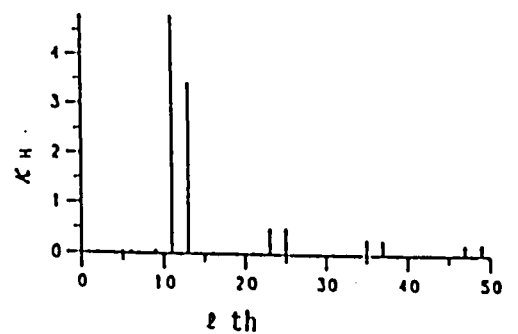


(b) a相送電線電流

第 8. 5 図 発電機出力電流と a 相送電線電流  
( $\psi = 0^\circ$ 、導通角  $\xi = 120^\circ$ )

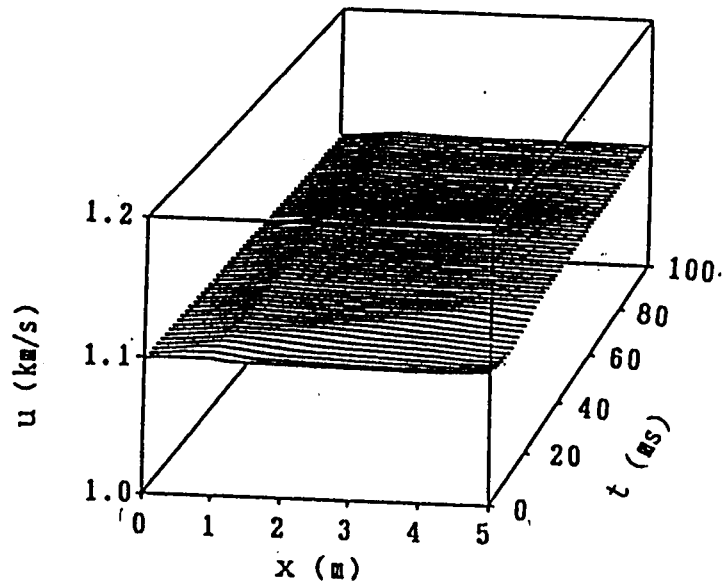


(a) 発電機出力電流

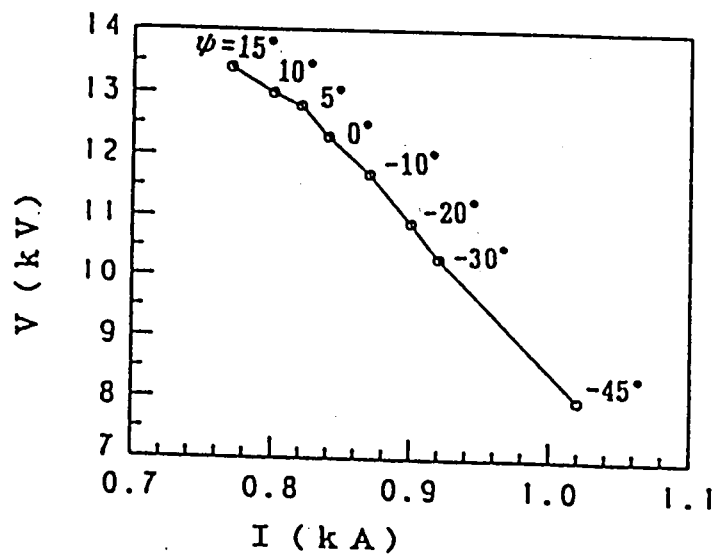


(b) 送電線電流 ( $i_a$ )

第 8. 6 図 発電機出力電流と送電線電流の高調波成分



第 8. 7 図 定常時の流速分布



第 8. 8 図 発電機出力電圧と出力電流の関係 ( $\xi = 120^\circ$ )

くなり  $K_t$  は上昇する。 $\psi = 5^\circ$  で  $P_u$ 、 $P_{INF}$  で極大となり、 $\psi = 15^\circ$  で  $F_p = 1$  となり、また  $\psi < 15^\circ$  では  $F_p$  が進みとなって進相無効電力が増大し、効率の低下をきたす。なお、 $\psi$  により進相無効電力の供給、電流位相の制御が可能である。また、 $\psi < 15^\circ$  では進相無効電力が増大し、効率の低下をきたす。

第8. 5表 点弧角 $\psi$ に対する発電機出力電力 $P_u$ 、負荷率 $K_t$ 、  
受電端電力 $P_{INF}$ 、受電端力率 $F_p$

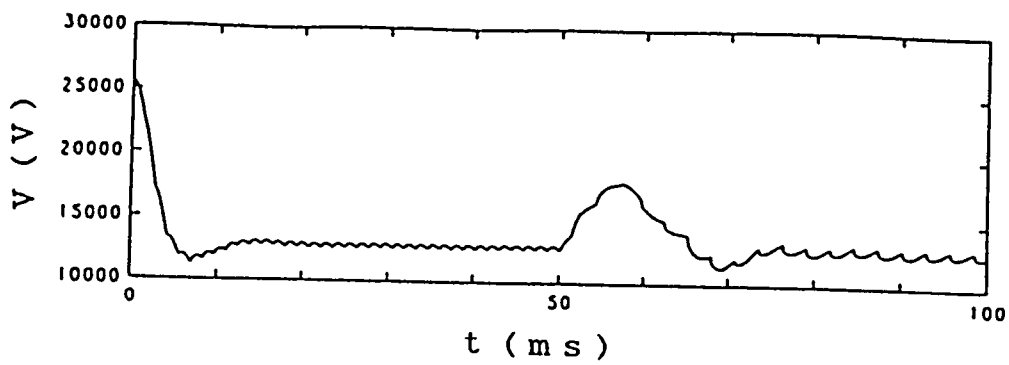
$\psi (^\circ)$	$P_u$ (MW)	$K_t$	$P_{INF}$ (MW)	$F_p$
-45	3.76	0.10	2.18	-0.15
-30	8.10	0.28	6.60	-0.57
-20	9.70	0.38	8.90	-0.77
-15	10.00	0.41	9.25	-0.82
-10	10.25	0.44	9.54	-0.87
-5	10.43	0.47	9.75	-0.91
0	10.52	0.50	9.84	-0.95
5	10.52	0.54	9.86	-0.97
10	10.29	0.58	9.68	-0.99
15	9.53	0.64	9.06	1.00

## 8. 5 故障時の過渡特性

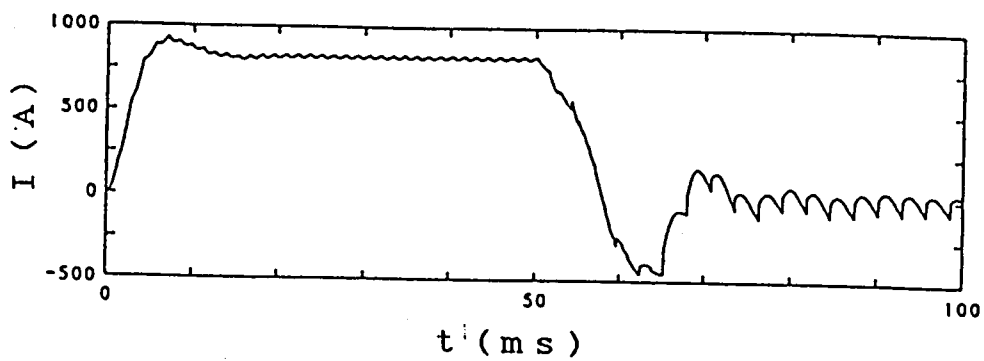
### 8. 5. 1 インバータの点弧失敗または消弧失敗時

7. 6. 1項におけると同様、第8. 1図の主サイリスタ $T_{h1}$ を $t \geq 50$  ms で点弧させないことにより点弧失敗を模擬した場合を解析する。ただし、点弧角 $\psi = 0^\circ$ 、導通角 $\xi = 120^\circ$ とする。

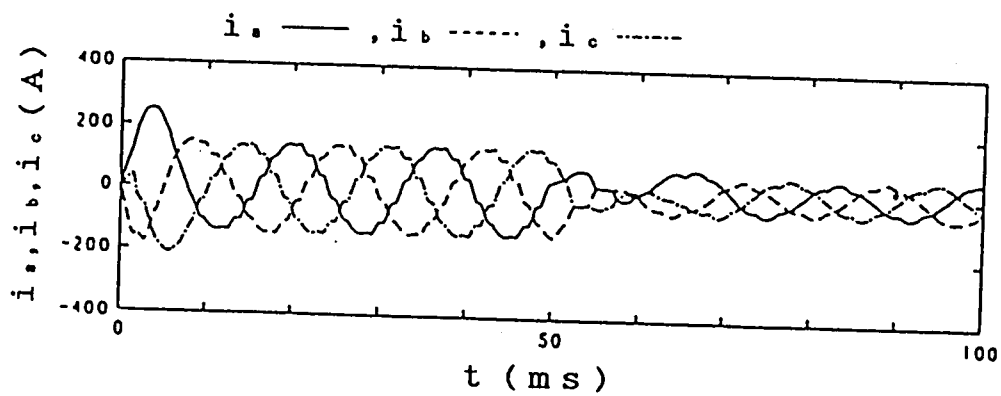
第8. 9図(a)、(b)、(c)はそれぞれ発電機出力電圧 $V$ 、出力電流 $I$ および送電線電流 $i_a$ 、 $i_b$ 、 $i_c$ の時間的变化を示す。 $t = 40$  ms で故障発生後約 20msの間、 $I$ は急激に減少し、負となり、電力の逆流が生じることになるが、 $t \approx 75$  ms で $I \approx 0$  となり電力の送出も、逆流もほとんど行なわれなくなる。一方、 $V$ は故障発生後一旦上昇するが、その後、 $t \approx 70$  ms において発生前に近い状態に戻る。なお、 $V$ 、 $I$ には故障発生前の第 12 調波に代って第 6 調波が現われており、上側インバータ



(a) 発電機出力電圧

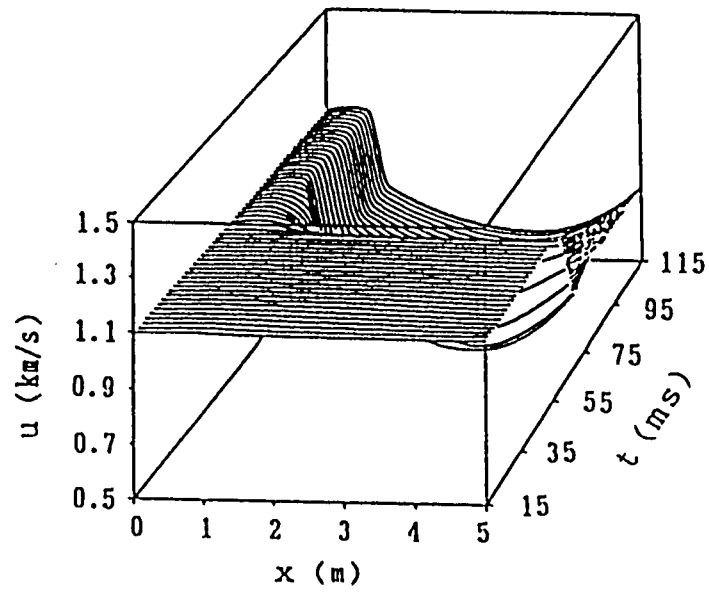


(b) 発電機出力電流

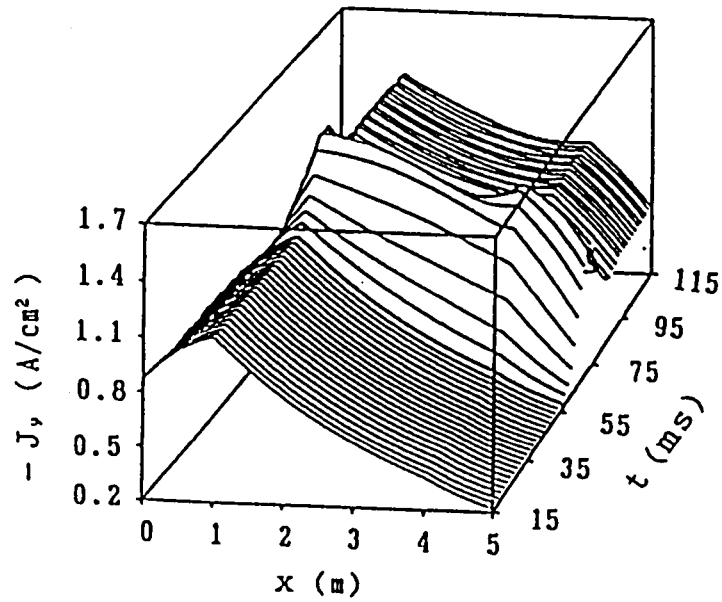


(c) 送電線電流

第8. 9 図 点弧失敗故障時の発電機出力電圧、出力電流および送電線電流の時間的变化

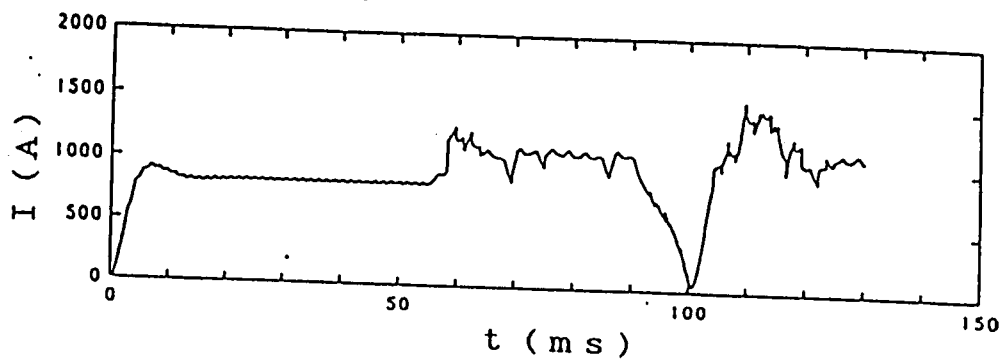


第 8. 10 図 点弧失敗時の流速の過渡分布

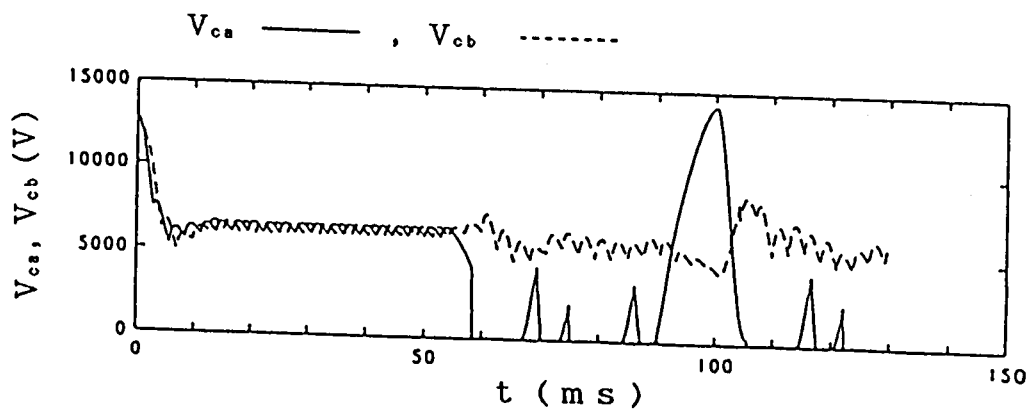


第 8. 11 図 点弧失敗時のファラデー電流密度の過渡分布

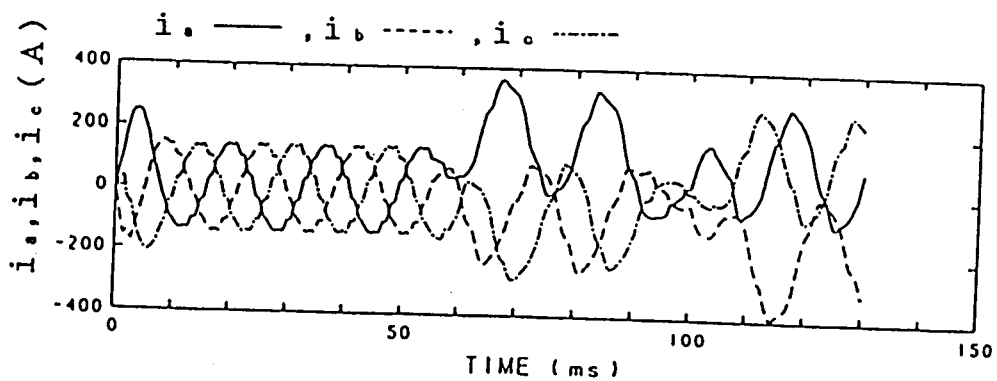




(a) 発電機出力電流

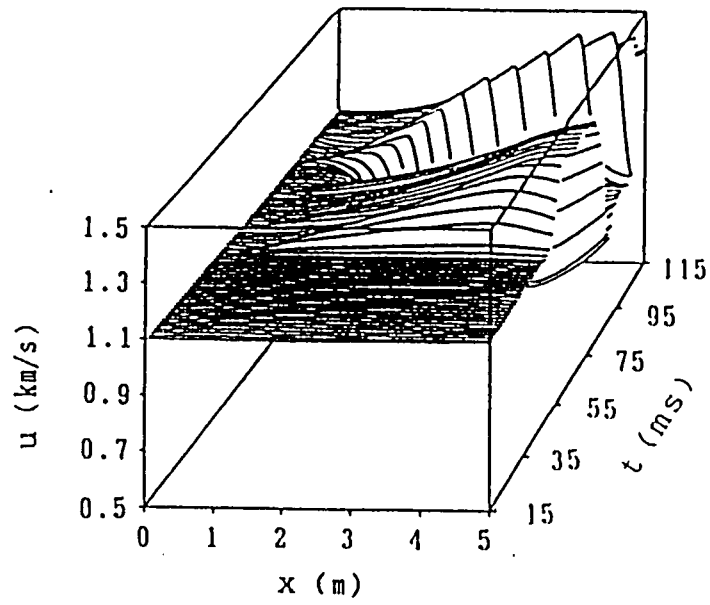


(b) 分圧コンデンサ電圧

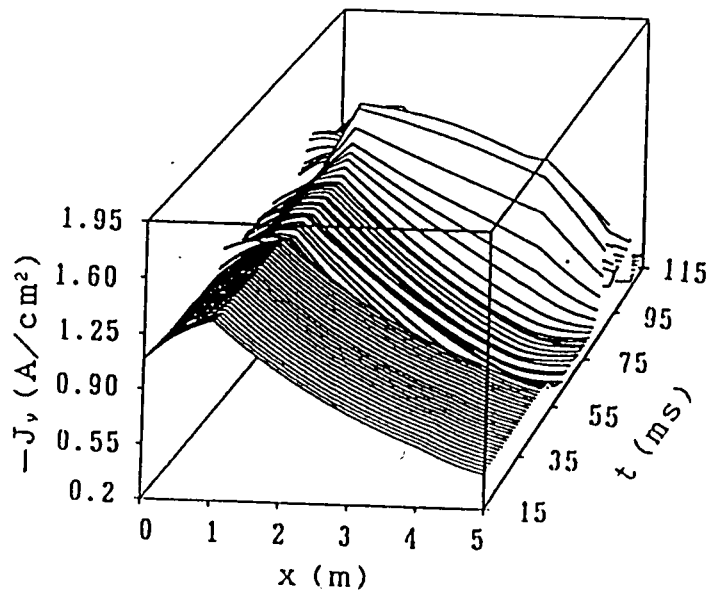


(c) 送電線電流

第8. 12図 消弧失敗時の発電機出力電流、分圧コンデンサ電圧および送電線電流の時間的变化



第 8. 1 3 図 消弧失敗時の流速の過渡分布



第 8. 1 4 図 消弧失敗時のファラデー電流密度の過渡分布

が開放されていることがわかる。また、同図(c)に示すように各相電流 $i_a$ 、 $i_b$ 、 $i_c$ は故障発生後逆位相になっており、電力が無限大母線より故障点へ逆流することを示している。

第8. 10図は発電チャネル内流速 $u$ の空間的並びに時間的变化を示す。故障後、 $u$ は急激に低下し、チャネル上流部に衝撃波が生じている。この場合には、流速の急減にともない圧力、温度は急増することになる。

第8. 11図はファラデー電流密度 $J_y$ の空間的並びに時間的变化を示す。 $|J_y|$ は故障直後、大きく増加するが、 $t \approx 55 \text{ ms}$ 以降減少し、再び故障発生前よりも増加した状態で小さな振動を持続している。

次に、第8. 1図の補助サイリスタ $T_{h1}$ に $t \geq 40 \text{ ms}$ で消弧パルスを加えないことにより消弧失敗を模擬した場合を解析する。ただし、点弧角 $\psi = 0^\circ$ 、導通角 $\xi = 120^\circ$ とする。

第8. 12図(a)、(b)、(c)はそれぞれ発電機出力電流 $I$ 、分圧コンデンサ電圧 $V_{ca}$ 、 $V_{cb}$ および送電線電流 $i_a$ 、 $i_b$ 、 $i_c$ を示す。故障発生後、 $T_{h1}$ が消弧しなくなるため、上側インバータは短絡状態となることが、 $V_{ca}$ から明らかである。また、 $i_a$ 、 $i_b$ 、 $i_c$ は故障発生後、位相の反転した大きな変動を生じ、しかも、それらには直流分が含まれるため変圧器などに悪影響を与える恐れがあり注意を要する。

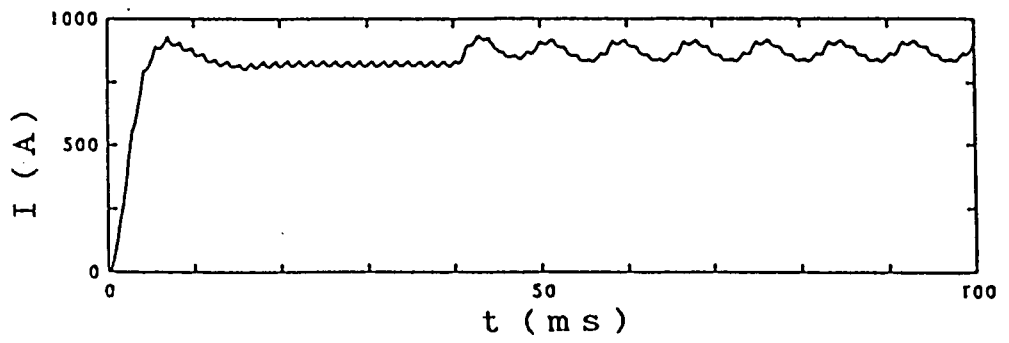
第8. 13図は発電チャネル内の流速 $u$ の過渡分布である。 $u$ は故障発生直後、一旦増加するが、その後、 $t = 90 \text{ ms}$ 付近で急激に減少し、衝撃波を生じている。他の流体力学的諸量もそれに伴って大きく変動することが知られた。

第8. 14図はファラデー電流密度 $J_y$ の空間的並びに時間的变化を示す。 $|J_y|$ は故障直後、減少するが、 $t \approx 90 \text{ ms}$ で急激に増加し、再び減少しながら振動している。

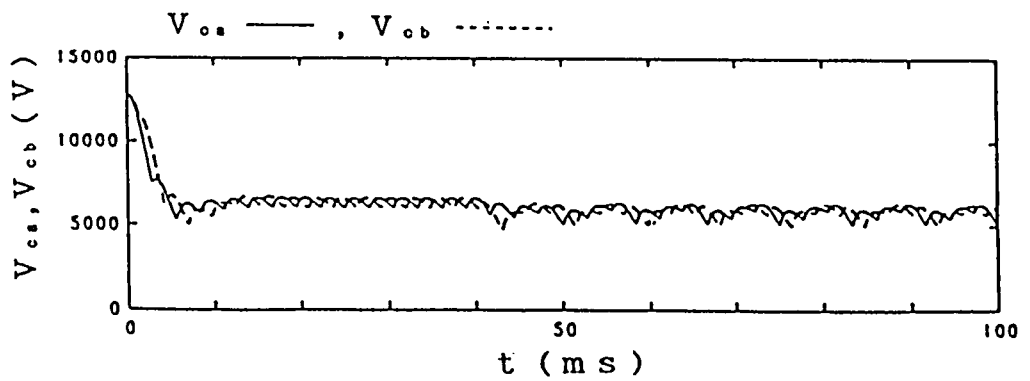
## 8. 5. 2 送電線路の1線地絡時

第8. 1図の地絡故障模擬用抵抗 $R_g$ を $t = 40 \text{ ms}$ で $R_g = 10^{-6} \Omega$ とすることにより送電線路の1線b相地絡故障を模擬する。ただし、点弧角 $\psi = 0^\circ$ 、導通角 $\xi = 120^\circ$ とする。

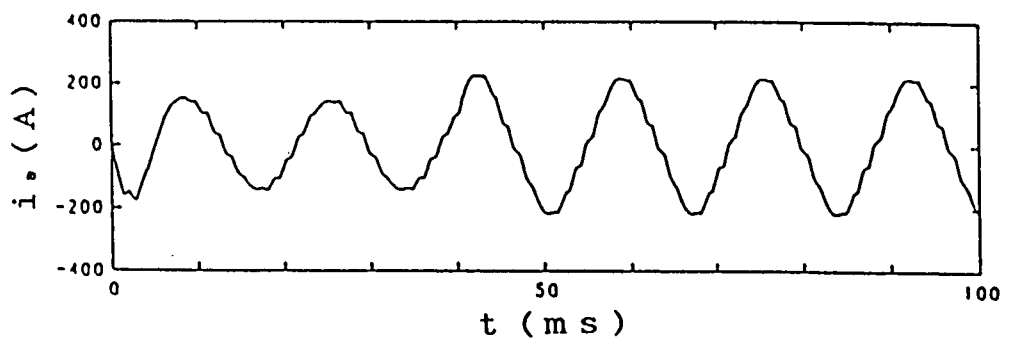
第8. 15図(a)、(b)、(c)はそれぞれ発電機出力電流 $I$ 、分圧コンデンサ電圧波形 $V_{ca}$ 、 $V_{cb}$ 、c相送電線電流 $i_c$ ( $Z_{13}$ 中)である。故障発生後、発生前に比べて約1.3倍になり、かつ $i_c$ には第2調波が見られるが、インバータが自励式



(a) 発電機出力電流

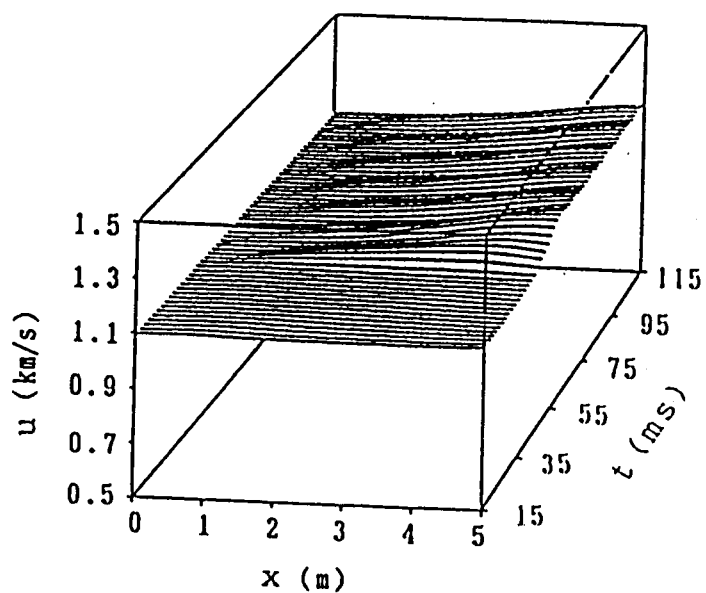


(b) 分圧コンデンサ電圧

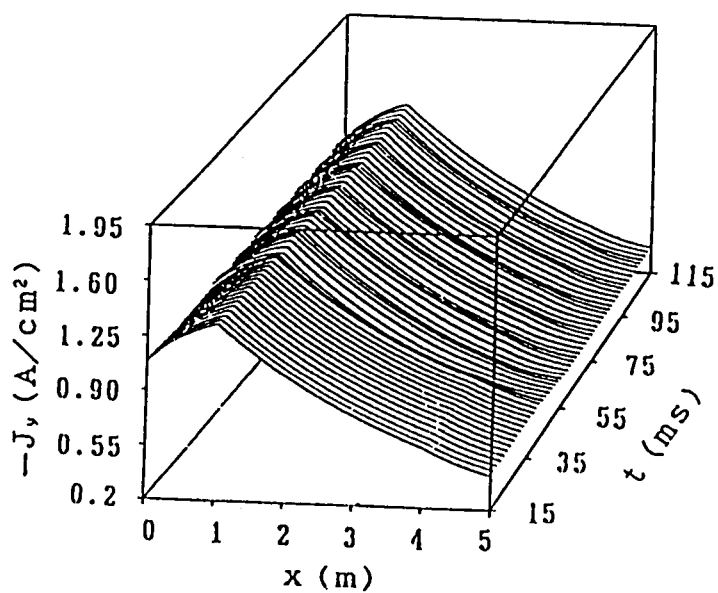


(c) c 相送電線電流

第 8. 15 図 1 線地絡故障時の発電機出力電流、分圧コンデンサ電圧および送電線電流の時間的变化



第 8. 16 図 1 線地絡時の流速の過渡分布



第 8. 17 図 1 線地絡時のファラデー電流密度の過渡分布

であるので転流回路の消弧エネルギーにより転流動作を維持するため、MHD発電機は定常運転を持続していることがわかる。

第8. 16図は発電チャネル内の流速 $u$ の過渡分布を示す。故障発生後、転流失敗時におけると同様、 $u$ は増加しているが、その場合に比べて $u$ の変化は小さい。従って、1線地絡故障は、インバータの転流失敗時と同様な影響を発電機に与えるが、その影響は転流失敗時に比べて小さくなる。

第8. 17図はファラデー電流密度 $J_y$ を示す。故障発生後、 $|J_y|$ はわずかに減少し、周期的振動をしているが、その変化は小さく、故障の影響は小さい。

#### 8. 5. 3 送電線路の2線短絡時

第8. 1図の短絡故障模擬用抵抗 $R_s$ を $t = 40 \text{ ms}$ で $R_s = 10^{-6} \Omega$ とすることにより送電線路のb相とc相2線短絡故障を模擬する。ただし、点弧角 $\psi = 0^\circ$ 、導通角 $\xi = 120^\circ$ とする。

第8. 18図(a)、(b)はそれぞれ、発電機出力電流 $I$ 、分圧コンデンサ電圧 $V_{ca}$ 、 $V_{cb}$ である。故障発生後、 $I$ は、 $I = 0$ となった後、大きな振動を生じている。また、 $V_{ca}$ の変化からわかるように、インバータは一旦開放された後、周期的に短絡を繰り返している。

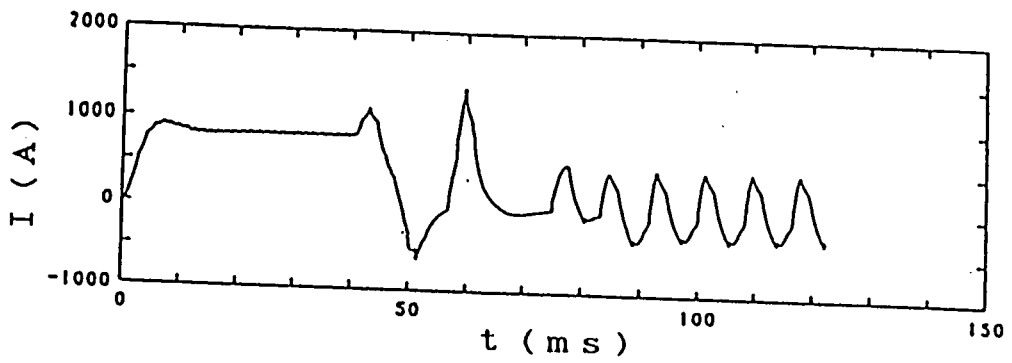
第8. 19図は発電チャネル内の流速 $u$ の分布を示す。故障発生直後、インバータが点弧失敗を起こすため、流速が急激に低下し、発電チャネル上流部に衝撃波が生じている。また、 $I$ の振動にともない流体に振動が生じていることがわかる。

第8. 20図はファラデー電流密度 $J_y$ を示すが、インバータの点弧失敗時の特性に似た変化を示している。

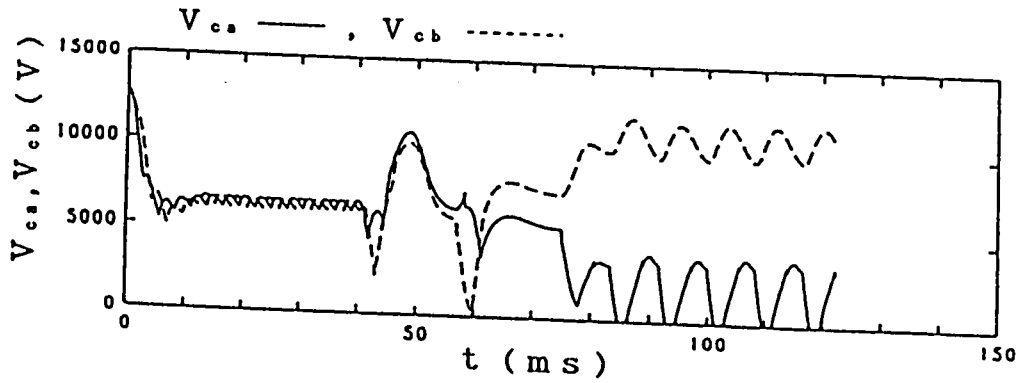
#### 8. 5. 4 送電線路の1線断線時

第8. 1図の送電線インピーダンス $Z_{L1}$ の抵抗を $t = 40 \text{ ms}$ で $10^{10} \Omega$ とすることにより送電線路の1線(a相)断線故障を模擬する。ただし、点弧角 $\psi = 0^\circ$ 、導通角 $\xi = 120^\circ$ とする。

第8. 21図(a)、(b)、(c)はそれぞれ、発電機出力電流 $I$ 、分圧コンデンサ電圧 $V_{ca}$ 、 $V_{cb}$ および送電線電流 $i_a$ 、 $i_b$ 、 $i_c$ である。 $I$ は故障発生後急増し、約 $10 \text{ ms}$ の間 $I < 0$ となり逆流を生じるが、 $t \approx 60 \text{ ms}$ で $I = 0$ となっている。また、 $V_{ca}$ 、 $V_{cb}$ にはインバータの転流動作による変動はなく、故障発生後インバータ

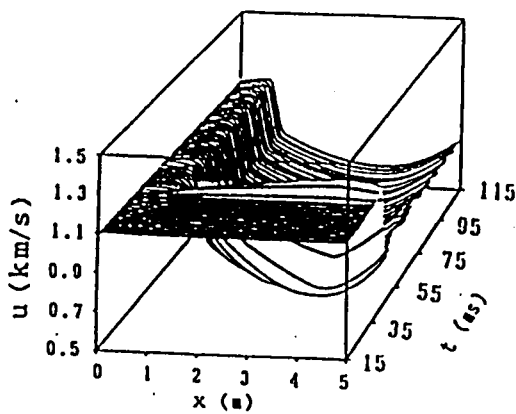


(a) 発電機出力電流

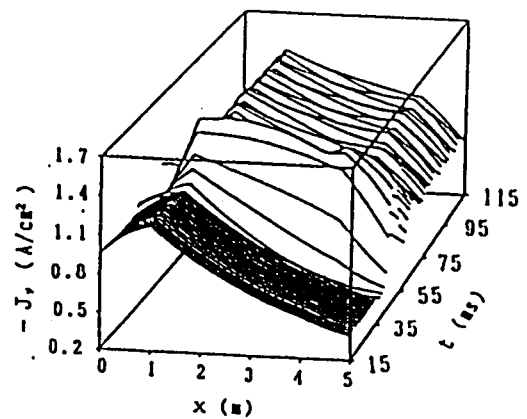


(b) 分圧コンデンサ電圧

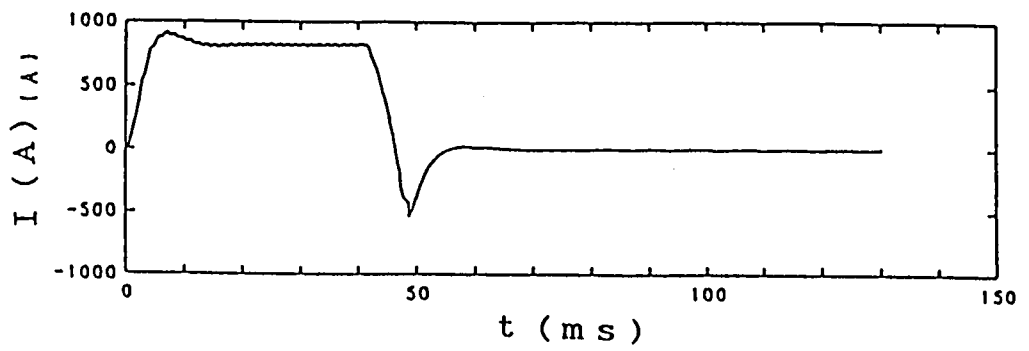
第8. 18図 2線短絡時の発電機出力電流、  
分圧コンデンサ電圧の時間的变化



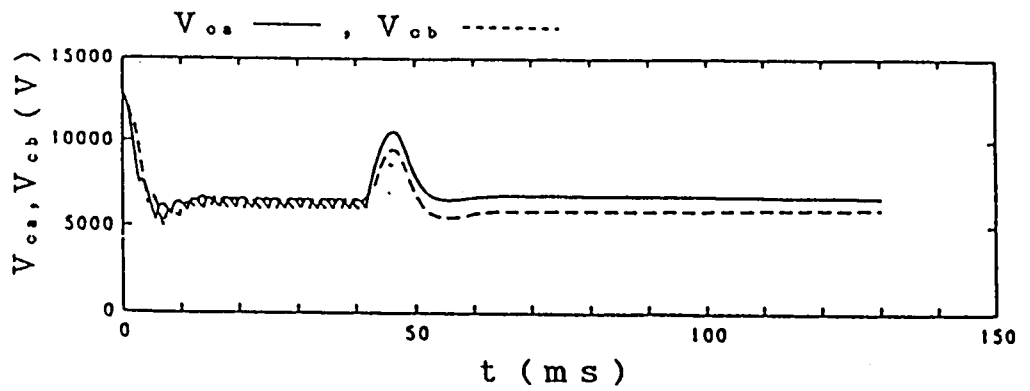
第8. 19図 2線短絡時の流速の  
過渡分布



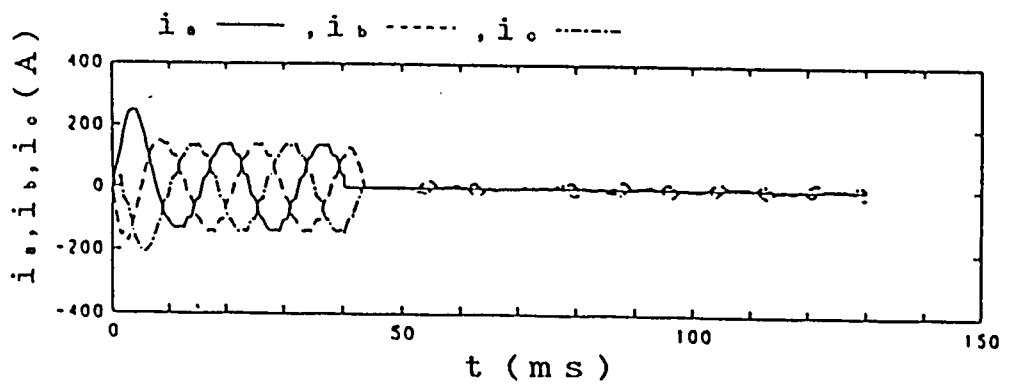
第8. 20図 2線短絡時のファラデー  
電流密度の過渡分布



(a) 発電機出力電流



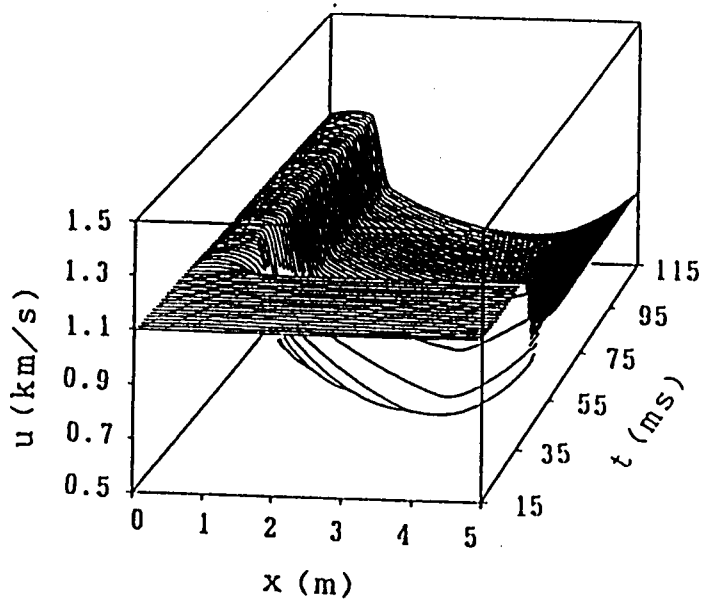
(b) 分圧コンデンサ電圧



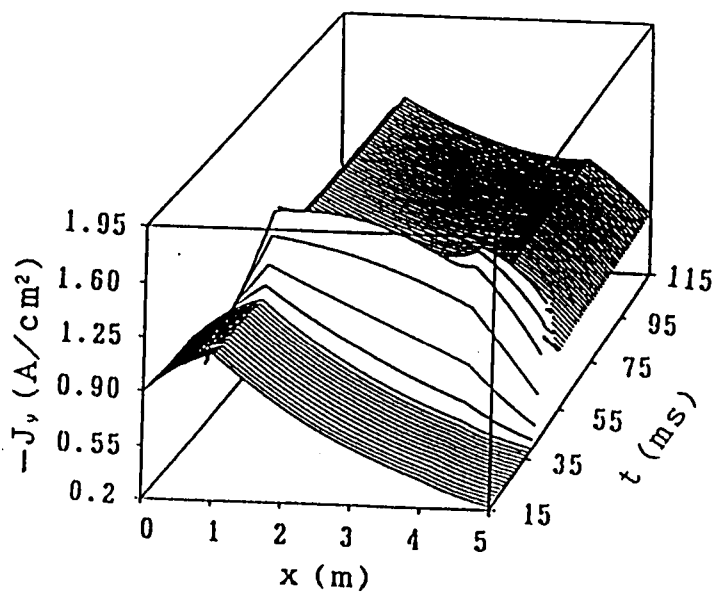
(c) 送電線電流

第 8. 2 1 図 1 線断線時の発電機出力電流、分圧コンデンサ電圧および線路電流の時間的变化





第 8. 2 2 図 1 線断線時の流速の過渡分布



第 8. 2 3 図 1 線断線時のファラデー電流密度の過渡分布

は上下とも動作を停止することがわかる。また、故障発生後  $I = 0$  となっている。

第8. 22図、第8. 23図はそれぞれ流速  $u$  およびファラデー電流密度  $J_y$  を示す。故障発生後、 $u$  が減少し、衝撃波が発電チャンネル内に生じている。また  $|J_y|$  は非常に増加していることを示す。

従って、1線断線時の特性は、8. 5. 1項で述べたインバータの点弧失敗故障時の特性に非常に似ていると言える。ただし、インバータの点弧失敗故障時には、故障発生後も下側インバータが運転を持続したのに対し、1線断線の場合は上下側インバータとも点弧失敗となり、転流動作が行われなくなるので、インバータの点弧失敗時のホール電界  $E_x$  やファラデー電流密度  $J_y$  に見られた故障後の振動は生じない。

#### 8. 6 他励式インバータ使用時と自励式インバータ使用時の比較

直交変換器として他励式インバータを用いた場合と自励式インバータを用いた場合の特性を比較すると、他励式は電流形、自励式は電圧形であるという違いから、次のような相違がみられた。

(1) 他励式では点弧失敗と消弧失敗はいずれもインバータを短絡状態にする同種の転流失敗故障であるが、自励式では点弧失敗はインバータを開放状態、消弧失敗は短絡状態とする異種故障であるため両者が発電機に与える影響は異なる。

(2) 断線故障を除いて、他励式での線路故障の場合にはインバータが転流失敗を起こし短絡状態になるのに対して、自励式の場合には点弧失敗を生じるため、インバータが開放状態となる。従って、線路故障時に、他励式の場合には流速が増加するのに対し、自励式では流速が減少することになり、発電機に与える故障の影響は前者の場合とは逆になってくる。

(3) 他励式での1線地絡時にはインバータが転流失敗を起こすのに対し、自励式ではインバータの転流回路が転流エネルギーを有するため定常運転を持続することができる。

#### 8. 7 結言

以上、熱入力 100 MW 級の単一負荷超音速流ダイアゴナル形MHD発電機と電力系統を自励式3相ダブルブリッジインバータを介して連系した場合の定常特性、インバータの消弧・転流失敗、線路故障時における過渡特性について第7章と同一手法により数値解析を行い、次のような成果を得ることができた。

(1) MHD発電機出力電力を交流系統に供給する際の直交変換装置として自励式インバータを用いたシステムにおいても、他励式インバータを用いた場合と同様、高調波の少ない良好な定常送電が可能であることを示した。

(2) インバータの点弧角、導通角を調整することによって送電電力や力率を広範囲に制御できることを示した。また点弧角 $\psi$ の運転可能範囲が $-45^\circ \leq \psi \leq 15^\circ$  ( $\xi = 120^\circ$ )となることを示した。

(3) インバータの点弧失敗時には、インバータの直流側電流が遮断されるため発電機が開放に向かうが、その際、流速が低下し、衝撃波発生の原因となることを示した。

(4) インバータの消弧失敗時には、インバータが周期的に短絡されるため、流速が大きく振動すること、また、変圧器1次側に直流電流が流れるため保護対策が必要であることを示した。

(5) 送電線路の2線短絡および1線断線故障時には、インバータが転流失敗を引き起こすため、流速が低下し、衝撃波発生の原因となることを示した。また、2線短絡時には発電機出力電流の振動により発電機チャネル内の流体力学的諸量の振動などの影響を与えるが、1線断線時には、出力電流が遮断されるため振動を生じないことを示した。

(6) 送電線路の1線地絡故障は、発電機出力電流を増加させるが、インバータの転流失敗を引き起こさないため発電機にあまり大きな影響を与えず、発電機は運転を継続できることが明らかにされた。これは他励式インバータの場合と比較して優れた点である。

(7) 自励式インバータを直交変換器として用いたシステムにおいては、故障時には基本的に直流側開放となるため、発電機チャネル内に衝撃波を生じやすく、一方、他励式インバータを用いた場合には逆に直流側短絡となるため、流速の増加が生じ易いとことを示した。

(8) 前章でも述べたように、MHD発電機の作動流体は慣性が小さいため、諸故障が極く短時間に発電機に大きな影響を与えるので、その保護対策が重要であることを示した。

## 謝辞

まず、本研究に対して終始ご指導とご激励をいただきました京都大学工学部電気工学科の卯本重郎教授に深く感謝の意を表します。

また、京都大学工学部電気工学科の原武久助教授、石川本雄助教授より有益な御助言とご指導をいただきましたことに対して感謝の意を表します。

有益なご助言とご激励をいただきました福山大学工学部電子・電気工学科の安藤詔生助教授、京都大学工学部電気工学科乾義尚助手ならびに岐阜大学吉田昌春助教授に感謝します。

田村市郎、三好誠司両君をはじめ京都大学卯本研究室の皆様には数値計算を行うにあたり多大のご協力と種々の有益なご提案をいただきましたことに対し感謝します。

本研究は、京都大学並びに神戸高専の関係各位のご支援、ご援助のたまものであります。深く感謝の意を表します。

## 参考文献

- (1) 第19～23回MHD発電シンポジウム (SEAM) 論文集 (1981～1985)
- (2) 塩田、石川、卯本: 「MHD発電研究の現状」日本原子力学会誌、Vol.27, No.6, pp.490-496 (1985)
- (3) 第8回、第9回MHD発電国際会議論文集 (1983,1986)
- (4) 日下、他: 「昭和58年度ETL MarkVII MHD発電機の実験成果報告書」電子総合研究所 (昭和59年)
- (5) D. A. Oliver: "The Time Dependent Magnetohydrodynamic Generator," 14th Symp. Eng. Aspects of MHD. V.5 (1979).
- (6) K. Yoshikawa, et al.: "Transient Characteristics of Constant Velocity Farady Type Generator," J. Nuclear Sci. Tech. Vol.16, 316 (1979).
- (7) 石川、卯本: 「熱入力 100 MW 級電気出力 10 MW 級MHD発電機概念設計」昭和59年電気関係学会関西支部連合大会、G1-50 (昭和59年)
- (8) "Open-Cycle MHD Power Conditioning and Control Requirements Definition," EPRI AP-1345, Project 642-1, Final Report (1980).
- (9) 原、卯本、早ノ瀬: 「ダイアゴナル形MHD発電機の過渡特性」昭和53年電気学会全国大会、685 (昭和53年)
- (10) 原、卯本、早ノ瀬: 「ダイアゴナル形MHD発電機の過渡特性 (II)」昭和53年日本原子力学会秋期大会、B2 (昭和53年)
- (11) 原、卯本、早ノ瀬: 「ダイアゴナル形MHD発電機の過渡特性 (III)」昭和53年電気関係学会関西支部連合大会、G1-29 (昭和53年)
- (12) 早ノ瀬、原、卯本: 「ダイアゴナル形MHD発電機の過渡解析」昭和53年度電磁流体力学シンポジウム、pp.198-203 (昭和54年)
- (13) 早ノ瀬、原、卯本: 「ダイアゴナル形MHD発電機の過渡特性 (IV)」昭和54年電気学会学会全国大会、G22 (昭和54年)
- (14) 早ノ瀬、原、卯本: 「ダイアゴナル形MHD発電機の過渡特性 (V)」昭和54年日本原子力学会春期大会、B1 (昭和54年)
- (15) 早ノ瀬、原、卯本: 「ダイアゴナル形MHD発電機の定態不安定性について」昭和54年電気関係学会関西支部連合大会、G1-31 (昭和55年)
- (16) 早ノ瀬、原、卯本: 「ダイアゴナル形MHD発電機の過渡解析」第3回エネルギー

ギー利用と直接発電シンポジウム、pp.198-203 (昭和55年)

- (17) 早ノ瀬、原、卯本：「ダイアゴナル形MHD発電機の過渡応答」文部省科学研究総合研究(A)、新MHD発電システムに関する研究成果報告書、pp.240-250 (昭和56年)
- (18) 早ノ瀬、原、卯本：「ダイアゴナル形MHD発電機の過渡特性の解析」電気学会論文誌A、Vol.101、No.4、pp.203-210 (昭和56年)
- (19) N. Hayanose, T. Hara, J. Umoto: "Analysis of Transient Characteristics of Diagonal Type Generator," Trans. I.E.E. in Japan. Vol.101, No.2, pp.26-32(1981).
- (20) 早ノ瀬、原、卯本：「MHD発電機における負荷変化時の衝撃波について」、昭和57年電気関係学会関西支部連合大会、G1-31 (昭和57年)
- (21) 早ノ瀬、原、卯本：「ダイアゴナル形MHD発電機のV-I特性について」昭和58年電気学会全国大会、1116 (昭和58年)
- (22) P. J. Roache (高橋他訳)：「コンピュータによる流体力学(下)」構造計画研究所 (昭和53年)
- (23) 例えば、矢嶋、野木：「発展方程式の数値解析」、岩波書店 (1977)
- (24) S. T. Demetriades, et al.: "Nonlinear Time - Dependent Phenomena in J×B Devices Applicable to MHD Power Generators and Electric Propulsion Engines," STD Research Corporation (1972).
- (25) T. Hara, N. Hayanose and J. Umoto: "Two Dimensional Analysis of Farady Type Linear Diverging Combusion Gas MHD generator," 昭和51年度京都大学工学部紀要 Vol.XXXVIII、part 3 (昭和52年)
- (26) 例えば、原、卯本、松田：「有限要素法のMHD発電機解析への適用」、電気学会論文誌A、Vol.98、No.4、pp.185-192 (昭和53年)
- (27) L. S. Dzung : "Favorable Configuration of Segmented Electrodes for MHD Generators," Broun Boverly Rev., Vol. 53, pp. 283 (1966).
- (28) R. J. Rosa : "Energy Conversion," MacGraw-Hill, pp.74 (1968).
- (29) H. Schlichting : "Boundary Layer Theory," pp. 599, 666, 676, McGraw-Hill (1968).
- (30) P. D. Lax and B. Wendroff: "Systems of Conservation Laws Communication on Pure and Applied Mathematics," Vol. 13, pp. 217-237 (1960).
- (31) R. D. Richtmyer: "A Survey of Difference Methods for Nonsteady

- Fluid Dynamics," NCAR Techical Note 63-2, Boulder, Colorado (1963).
- (32) R. W. MacCormack: "The Effect of Viscosity in Hypervelocity Impact Cratering," AIAA Paper, No.69-354 (1969).
- (33) R. Coulant, K. O. Friedrichs and H. Lewy: "On The Partial Difference Equations of Mathematical Physics," IBM Journal, pp.215-234 (1967).
- (34) MHD発電プラント熱量計算調査(Ⅳ)専門委員会委託研究成果報告書(昭和48年)
- (35) 例えば、J. F. Louis, et al.: "Assessment of Disk Generator for a Base Load Power Plant," 19th Symp. Eng. Aspects of MHD, 12.2(1981).
- (36) 例えば、W. J. Loubsky, et al.: "Detailed Studies in a Disk Generator with Inlet Swirle Driven by Argon," 15th Symp. Eng. Aspects of MHD, VI.4 (1976).
- (37) D. Tanaka, et al.: "Time-Dependent Properties of Nonequilibrium MHD Generaror with Fully Ionized Seed Plazuma," 7th Int. Conf. MHD Electrical Power Generation, 4 (1980).
- (38) D. A. Oliver, et al.: "Transient Processes in Large Magnetohydrodynamic Generator Flowtrains," 7th Int. Conf. MHD Electrical Power Generation, 4 (1980).
- (39) M. Ishikawa, et al.: "Time-Dependent Analysis of Fault Currents in Mid-Channel Power," 20th Symp. Eng. Aspects of MHD. 7.3 (1982).
- (40) 早ノ瀬、原、卯本: 「ディスク型MHD発電機の過渡解析」、昭和57年電気学会全国大会、1101(昭和57年)
- (41) N. Hayanose, T. Hara and J. Umoto: "Analysis of Transient Characteristics of Disk Type MHD Generator," 第5回エネルギー利用と直接発電シンポジウム、pp.198-203(昭和58年)
- (42) 早ノ瀬、原、卯本: 「ディスク形オープンサイクルMHD発電機の過渡特性の解析」電気学会論文誌B、Vol.104、No.8、PP.473-480(昭和59年)
- (43) N. Hyanose, T. Hara and J. Umoto: "Transient Analysis of Disk-Type Open Cycle MHD Generator," Trans. I.E.E. in Japan. Vol.104, No.4, pp.95-102(1984).
- (44) 早ノ瀬、原、西垣、卯本: 「MHD-汽力発電システムにおけるディスク型発電機の特性」、昭和58年電気関係学会関西支部連合大会、G1-12

(昭和58年)

- (45) 例えば、Antonov, B. M. ,et al.: "A Study of an Inverter System Development for Applications," 7th Int. Conf. MHD, Vol.I, pp.410-420, (1980).
- (46) 田中、他:「MHDチャネルの電気出力波形とインバーターテスト (ETL Mark VII)」昭和58年電気学会全大会、No.1121 (昭和58年)
- (47) D. Tnaka: "Interaction Between MHD Generator and DC-AC Power Coverision Syatem," AIAA/ASME 3rd Joint Thermophysics, Fluids, Plasma and Heat Transfer Conference, AIAA-82-0923, (1982).
- (48) 森、松本、漆畑:「整流器」、電機大出版 (昭和44年)
- (49) 早ノ瀬、原、卯本:「他励式インバータを接続したディスク型MHD発電機の基礎特性の解析」、電気学会新・省エネルギー研究会、ESC-84-29 (昭和59年)
- (50) 早ノ瀬、原、卯本:「ディスク型MHD発電機—3相インバータ接続時の基礎特性」、昭和59年電気関係学会関西支部連合大会、G1-47 (昭和59年)
- (51) 早ノ瀬、原、卯本:「他励式インバータ接続時のダイアゴナル形MHD発電機の基礎特性」、昭和60年電気学会全国大会、1148 (昭和60年)。
- (52) N. Hayanose, M. Ishikawa, J. Umoto: "Fundamental Characteristics of MHD Generator Connected with Line-Commutated Inverter," 23rd Smp. Eng. Aspects of MHD, pp.825-838, U.S.A. (1985).
- (53) 早ノ瀬、石川、卯本:「他励式インバータ負荷時の開放形ディスクMHD発電機の動特性」電気学会論文誌B、Vol.108、No.10、pp.459-466 (昭和63年)
- (54) E. A. Granosky, et al. : "Experimental Investigation of Vivrational Characteristics of U-25 Facility," 7th Int. Conference on MHD, A3 (1980).
- (55) 田中、他:「MHD発電チャネルの波形観測」、昭和59年電気学会全国大会、1091 (昭和59年)
- (56) 例えば、小沢孝夫:「電気回路II」、昭晃堂 (1980)
- (57) 早ノ瀬、草間、石川、卯本:「自励式インバータによるMHD発電機の電力系統接続時の基礎特性」、第7回 エネルギー利用と直接発電シンポジウム、pp.53-63 (昭和60年)
- (58) 早ノ瀬、田村、石川、卯本:「自励式インバータによるMHD発電機と電力



系統接続時の基礎特性」 昭和60年電気関係学会関西支部連合大会、G1-49 (昭和60年)

- (59) 早ノ瀬、三好、田村、石川、卯本：「自励式インバータによるダイアゴナル形MHD発電機—送電系統接続時の特性解析」、第8回 エネルギー利用と直接発電シンポジウム、pp.19-28 (昭和61年)
- (60) 早ノ瀬、三好、田村、石川、卯本：「交流系統に接続したMHD発電機—自励式インバータの特性解析」 昭和61年電気学会全国大会、1187 (昭和61年)
- (61) N. Hayanose, M. Ishikawa, S. Miyoshi, I. Tamura and J. Umoto:  
"Analysis of Interaction Between MHD Generator and Inverter-Power Transmission System," 9th Int. conference on MHD, Vol.3, 1324-1333 (1986).
- (62) 早ノ瀬、田村、三好、石川、卯本：「交流系統に接続したMHD発電機—自励式インバータの特性解析(2)」 昭和61年電気関係学会関西支部連合大会、G1-33 (昭和61年)
- (63) 早ノ瀬、田村、三好、石川、卯本：「他励式インバータによるMHD発電機と電力系統接続時の相互作用」 昭和61年電気関係学会関西支部連合大会、G1-34 (昭和61年)
- (64) 早ノ瀬、三好、田村、石川、卯本：「10 MW 級ダイアゴナル形MHD発電機と電力系統接続時の相互作用」、第9回 エネルギー利用と直接発電シンポジウム、pp.1-9 (昭和62年)
- (65) 早ノ瀬、三好、田村、石川、卯本：「他励式インバータによるMHD発電機と一機無限大電力系統接続時の相互作用」 昭和62年電気学会全国大会、1214 (昭和62年)
- (66) N. Hayanose, M. Ishikawa, I. Tamura, S. Miyoshi, and J. Umoto:  
"Gasdynamical Behavior of Diagonal Type MHD Generator Linked to Inverter/Transmission System," AIAA 19th Fluid Dynamics, Plasma Dynamics and Lasers Conference, AIAA-87-1215 (1987).

# 付録 I 有限分割効果および不均一性を考慮したオームの法則

一般化されたオームの法則から得られた (2.16)、(2.17) 式の  $E_x$ 、 $J_y$  に対し、電極の有限分割効果を考慮するため、Dzung 氏の等角写像を用いる方法(27) をダイアゴナル形に適用すると、

$$E_x = - \{ \sigma u B A \{ \beta - \alpha + S_H ( \beta c_3 - c_1 ) \} - I ( 1 + \beta^2 ) ( 1 + S_H c_4 ) \} / ( \sigma A \Gamma ) \quad (付1)$$

$$J_y = - \{ \sigma u B A ( 1 + S_H c_3 ) - I \{ \beta + \alpha - S_H ( c_2 - \beta c_4 ) \} \} / ( A \Gamma ) \quad (付2)$$

ここで、

$$\Gamma = 1 + \alpha^2 + S_H \{ ( \beta + \alpha ) c_1 + ( \beta - \alpha ) c_2 + ( 1 - \alpha \beta ) c_3 + ( 1 + \alpha \beta ) c_4 + S_H \{ \beta ( c_1 c_2 - c_2 c_3 ) + ( c_1 c_2 - c_3 c_4 ) \} \} \quad (付3)$$

$$\alpha = -\cos \phi \quad (付4)$$

ただし、 $B$  は印加磁束密度、 $E_x$  はホール電界、 $I$  は出力電流、 $J_y$  はファラデー電流密度、 $u$  は流速、 $\alpha$  はダイアゴナル係数、 $\phi$  はダイアゴナル角、また、 $\sigma$ 、 $\beta$  はそれぞれ作動流体の導電率およびホールパラメータ、 $S_H = S/H$  は電極分割比 ( $S$  は電極ピッチ、 $H$  はチャネル高であり、 $S_H = 0$  は無限分割を意味する。)、 $c_1$ 、 $c_2$ 、 $c_3$ 、 $c_4$  は補正係数である。なお、文献 (30) ではそれぞれ、

$$c_1 = u, \quad c_2 = u', \quad c_3 = v, \quad c_4 = v' \quad (付5)$$

で表わされている。

また、ファラデー電界  $E_y$  および、ホール電流密度  $J_x$  は (付1)、(付2) 式と次のダイアゴナル条件式によって求められる。

$$E_y = \alpha E_x \quad (付6)$$

$$A ( J_x + \alpha J_y ) = I \quad (付7)$$

ただし、 $A$  は発電チャネルの断面積である。

次に、 $y$  方向におけるガスの温度分布によるプラズマの不均一性を考慮した場合のオームの法則は、いわゆる  $G$  ファクタ (28) を用いて修正することができる。例えば、ダイアゴナルの場合の  $E_x$ 、 $J_y$  は次の式によって与えられる。

$$E_x = \langle E_x \rangle = - \{ \langle \alpha \rangle \langle u B \rangle A ( \langle \beta \rangle - \alpha ) \} \\ - I ( G + \langle \beta \rangle^2 ) \} / ( \langle \sigma \rangle A ) \quad (\text{付 8})$$

$$J_y = \langle J_y \rangle = - \{ \langle \sigma \rangle \langle u B \rangle A \\ - I ( \langle \beta \rangle + \alpha ) \} / ( A \Gamma ) \quad (\text{付 9})$$

ただし、

$$\Gamma = G + \alpha^2 \quad (\text{付 10})$$

$$G = \langle \sigma \rangle \langle \frac{1 + \beta^2}{\sigma} \rangle - \langle \beta \rangle^2 \quad (\text{付 11})$$

ただし、 $\langle \quad \rangle$  は  $y$  方向における平均値を示し、 $G$  は前述した  $G$ -因子、すなわちプラズマの不均一性を表す係数である。ちなみに、 $G = 1$  はプラズマが均一な理想状態の場合を示す。

また、 $E_y$ 、 $J_x$  は (付 8)、(付 9) 式とダイアゴナル条件式 (付 6)、(付 7) によって求められる。

## 付録 II C L F 条件式

差分方程式の解がもとの偏微分方程式の厳密解にどれだけ近いかは数値解析を行うにあたって大きな問題である。格子間隔を小さくしていけば厳密解にいくらでも近づくかという点、必ずしもそうではない。この問題は Courant, Friedrichs および Lewy によって初めて研究され (15)、数値的安定性は流体の流れ方向の格子間隔  $\Delta x$  と時間刻み幅  $\Delta t$  の大きさに関係することが知られた (10), (11)。すなわち、(2.40)、(2.41) 式からわかるように、 $\nabla_{j-1}^k$  は  $\nabla_j^{k+1}$  に影響を与えるため、計算における  $\nabla$  の変化は  $\Delta t$  ごとに  $\Delta x$  だけ伝搬することになるので、伝搬速度は  $\Delta x / \Delta t$  となる。一方、圧縮性流体の流れでは運動方程式中の圧力勾配が流体力学的諸量の変化の伝搬速度に影響を与え、しかも小さな圧力変動は局所的な音速で伝わるため、流体力学的

諸量の変化の伝搬速度は音速によって異なることになる。このため、流速を  $u$ 、音速を  $a$  とすると、計算における  $V$  の変化の伝搬速度が流体力学的諸量の変化の伝搬速度  $u + a$  より大きくなければならないという制約が必要である。従って、圧縮性流れにおける制約条件は

$$\frac{(|u| + a) \Delta t}{\Delta x} \leq 1 \quad (\text{付 1 2})$$

で与えられる。上式が Courant-Friedrichs-Lewy の安定性制約条件式、すなわち CFL 条件式である。すなわち、差分近似式においては、この CFL 条件式を満足するように  $\Delta x$  と  $\Delta t$  の値を決定することが必要である。

### 付録Ⅲ ファラデー形発電機の電氣的諸量の計算式

第 3. 1 4 図に示したファラデー形発電機においては、ダイアゴナル条件式 (2.8) に対応するファラデー形の条件式

$$J_x = 0 \quad (\text{付 1 3})$$

を適用すると、一般化されたオームの法則式 (2.5)、(2.6) により、 $E_y$ 、 $J_y$  は、

$$E_x = \beta (E_y - u B) = - (1 - K) \beta u B \quad (\text{付 1 4})$$

$$J_y = \sigma (E_y - u B) = - \sigma (1 - K) u B \quad (\text{付 1 5})$$

また、 $E_y$  は

$$E_y = K u B \quad (\text{付 1 6})$$

ただし、 $K$  は局所負荷率で

$$K = \frac{E_y}{u B} \quad (\text{付 1 7})$$

で定義される。

従って、各負荷点での発電機誘起電圧  $V_a$ 、出力電圧  $V$ 、出力電流  $I$  は、それぞれ次のように与えられる。

$$V = - \int_0^{h_y} E_y \, dy$$

$$= - E_y h_y = K V_0 \quad (\text{付18})$$

$$V_0 = u B h_y \quad (\text{付19})$$

$$I = \int_0^{h_z} \int_0^S J_y \, dx \, dz = J_y S h_z$$

$$= -\sigma (1-K) u B S h_z \quad (\text{付20})$$

ただし、 $h_z$ 、 $h_y$ 、 $S$ はそれぞれチャネル高、対抗電極間隔、電極ピッチである。  
一方、電極間内部抵抗 $R_i$ は次式で与えられる。

$$R_i = \frac{h_y}{\sigma S h_z} \quad (\text{付21})$$

また、外部負荷抵抗 $R_L$ が $R_i$ と同じ形で表せるとすると、

$$R_L = \frac{h_h}{\sigma_L S h_z} \quad (\text{付22})$$

ただし、 $\sigma_L$ は仮想的な外部負荷導電率である。

従って、(付13)～(付17)式は、それぞれ次のように書き改められる。

$$J_x = 0 \quad (\text{付23})$$

$$E_x = \frac{\sigma_L \beta u B}{\sigma + \sigma_L} \quad (\text{付24})$$

$$J_y = \frac{\sigma \sigma_L u B}{\sigma + \sigma_L} \quad (\text{付25})$$

$$E_y = \frac{\sigma u B}{\sigma + \sigma_L} \quad (\text{付26})$$

$$K = \frac{\sigma}{\sigma + \sigma_L} \quad (\text{付27})$$